Nom :

Interrogation 11

Exercice 1 Donner des équivalents en les points a considérés des quantités suivantes :

1. $a = 0$: $\dfrac{x^2\cos(x)}{\tan(x) + \sin(x)}$

2. $a = 0$: $(e^{2x} - 3)\ln(5 + 4x^2)$

3. $a = +\infty$: $(e^{2x} - 3)\ln(5 + 4x^2)$

4. $a = +\infty$: $2x\ln(x) - e^{3x}\ln(x) + \sqrt{x}e^x$

Exercice 2 Soit $x \in \mathbb{R}$:

1. Soient $x, y \in \overline{\mathbb{R}}$ avec $x \geq y$. Pour quelle(s) valeurs(s) l'écriture $x - y$ est-elle une forme indéterminée ?

2. Montrer que, dans ce cas, on peut trouver une suite (u_n) et une suite (v_n) tendant vers x et y respectivement, telles que :

   (a) $u - v$ diverge sans avoir de limite ;

   (b) $u - v$ tend vers $+\infty$;

   (c) $u - v$ tend vers $-\infty$;

   (d) $u - v$ tend vers 37 ;

Exercice 3 Soit u une suite réelle.

1. Donner la définition de (u_n) converge vers $l \in \mathbb{R}$.
2. Donner la définition de (u_n) tend vers $+\infty$.

Exercice 4

1. Définir ce que veut dire "(u_n) et (v_n) sont adjacentes". Quel résultat a-t-on alors ?
2. Montrer que les suites (u_n) et (v_n) définies ci-dessous sont adjacentes :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \; u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} \text{ et } v_n = u_n + \frac{1}{n}.$$

Exercice 5 Soit (u_n) définie par $u_0 = 4$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$. Exprimer u_n en fonction de n.