

## **Programme de colles n° 9**

QUINZAINE DU 10 FÉVRIER AU 21 MARS 2025

### **Chapitres concernés**

- Chapitre 16 : continuité et limites
  - définition des limites (selon que les limites ou les valeurs en lesquelles on les regarde sont finies ou non) ;
  - limite à gauche ou à droite (qui sont toujours des limites épointées) ;
  - lien avec les suites (caractérisation séquentielle de la limite)
  - manipulation de limites (opérations et composées) ;
  - lien entre limites et inégalités (passage à la limite, théorèmes d'encadrement et de la limite monotone) ;
  - propriétés des fonctions continues : locales (continuité en un point, continuité à gauche ou à droite) et globales (TVI, théorème des bornes atteintes, bijection monotone) ;
  - lien avec les fonctions réelles à valeurs complexes.

### **Démonstrations à savoir**

- caractérisation séquentielle de la limite ;
- théorème de la limite monotone ;
- théorème des valeurs intermédiaires (par dichotomie) ;
- théorème de la bijection continue

### **Remarques générales**

- les notions de voisinages et de points adhérents ne peuvent constituer des finalement d'exercices ;
- les manipulations de limites doivent se faire après que l'existence des limites a été montrée ;
- les résultats vus dans les précédents chapitres pour déterminer des limites doivent être maîtrisés (limites classiques, croissances comparées, limites de taux d'accroissements, manipulations de  $o$  et de  $\sim$ ) ;
- la distinction a été faite dans le cours entre les théorèmes qui sont ou non applicables pour une fonction à valeurs complexes : elle est à connaître par les élèves ;
- la continuité a été utilisée de nombreuses fois : par exemple pour les suites, aussi bien pour les suites implicites (pour définir la suite) que pour les suites récurrentes (pour déterminer les limites possibles). Il faudra bien préciser systématiquement lorsque l'on utilise la continuité, et en quel(s) point(s) ;
- pour la dernière démonstration, le résultat découle en grande partie de précédents résultats, qui faut citer proprement (avec les bonnes hypothèses) ; la démonstration se limite presque exclusivement à la continuité de la bijection réciproque considérée.