

Programme de colles n° 8

QUINZAINE DU 27 JANVIER AU 7 FÉVRIER 2025

Chapitres concernés

- Chapitre 14 : calculs matriciels
 - opérations usuelles sur les matrices : sommes, multiplication par un scalaire, transposition, produit matriciel ;
 - matrices particulières : élémentaires, triangulaires, diagonales, scalaires, symétriques, antisymétriques ;
 - puissances de matrices : matrices nilpotentes, formule du binôme, factorisation de différences de puissances ;
 - matrices inversible : définition et caractérisation ; cas particulier des matrices triangulaires/scalaires ;
 - lien avec les systèmes : matrices des opérations élémentaires ; calcul d'inverse par pivot.
- Chapitre 15 : espaces vectoriels
 - définition d'un espace vectoriel, exemples déjà rencontrés, règles de calculs dans les espaces vectoriels ;
 - sous-espaces vectoriels : définition et caractérisation, intersection, sous-espace vectoriel engendré
 - familles de vecteurs : familles libres, familles génératrices, bases
 - sommes de deux sev : cadre général, cas des sommes directes, espaces supplémentaires

Démonstrations à savoir

- propriétés des combinaisons linéaires de matrices (commutativité, associativité, neutre, opposé, etc.) ;
- propriétés du produit matriciel (associativité, bilinéarité, neutre, lien avec multiplication scalaire) ;
- formule du binôme
- $\text{Vect}(A)$ est le plus petit sev contenant A ;
- Équivalence entre : F et G sont en somme directe ; $x_F + x_G = 0 \Rightarrow x_F = x_G = 0$; $F \cap G = \{0\}$.
- si F et G sont supplémentaires dans E , A est une base de F et B est une base de G , alors $A \cup B$ est une base de E .

Remarques générales

- Il y a différents outils pour déterminer l'inversibilité d'une matrice, dont beaucoup reposent sur des résolution de systèmes : les élèves doivent être à l'aise avec ce type de calculs ; de même, de nombreux calculs matriciels font intervenir des sommes, qui est un outil qui doit être maîtrisé par les élèves. Inversement, l'inversibilité ou non d'une matrice est parfois immédiate (matrices triangulaires ou ayant des lignes/colonnes proportionnelles) : les élèves doivent le voir et ne pas se lancer dans des calculs.
- Les matrices en blocs (et les calculs associés) sont présentés dans le cours, mais ne sont pas exigibles.
- Pour les combinaisons linéaires, les familles considérées sont toujours finies (indexées par un $\{1, \dots, n\}$ par exemple).