

Programme de colles n° 7

QUINZAINE DU 6 AU 17 JANVIER 2024

Chapitres concernés

- Chapitre 9 : comparaisons de suites et de fonctions
 - définition des o , O et \sim (par les limites)
 - opérations sur les relations de comparaison (produit, somme, multiplication, transitivité, puissance, composition à droite, etc.) ; équivalents usuels en 0 ; extension aux suites
 - calculs de limites par recherche d'équivalents ou de développements asymptotiques
- Chapitre 13 : suites numériques
 - généralités sur les suites : monotonie, propriété “à partir d'un certain rang” ;
 - limite finie ou infinie d'une suite : définition, opération sur les limites, limites d'autres sommes/produits/quotients ;
 - théorème d'encadrement ;
 - théorème de la limite monotone et suites adjacentes ;
 - suite extraites : définition, utilisation pour les limites
 - suites complexes : définition de la convergence, et techniques pour se ramener au cas réel ;
 - suites classiques : comportement et écriture explicite des suites arithmético-géométriques ou des suites linéaires récurrentes d'ordre 2 ;
 - suites récurrentes : présentation générale, limites possibles, utilisation des ensembles stables sur lesquels la fonction est monotone.

Démonstrations à savoir

- toute suite convergente est bornée ;
- unicité de la limite ;
- opération sur les limites (à faire avec des ε dans le cas où les limites sont finies) ;
- théorème d'encadrement ;
- théorème de la limite monotone ;
- théorème des suites adjacentes ;
- la suite (u_n) a une limite si, et seulement si, les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) tendent vers la même limite.

Remarques générales

- la notion de propriété vérifiée “à partir d'un certain rang” est à comprendre ; les élèves doivent savoir que certaines propriétés (comme le fait de converger, ou d'être bornée) ne changent pas de sens quand on les regarde seulement à partir d'un certain rang ;
- la notion de suites adjacentes doit être maîtrisée, notamment dans les hypothèses que doivent vérifier les suites (qui ne doivent pas être enrichies d'hypothèses souvent inutiles et qui compliquent les démonstrations) ;
- beaucoup de problèmes se traitent rapidement une fois que l'existence d'une limite (finie ou non) a été établie : s'il y a un argument qui permet de montrer l'existence (la monotonie par exemple), il ne faut pas passer à côté ;
- la valeur et l'existence d'une limite ne sont pas à confondre : on ne peut se lancer dans des calculs faisant intervenir une limite sans avoir montré son existence (notamment des passages à la limite dans des inégalités) ;
- les formes indéterminées doivent être identifiées : qu'il s'agisse de celles données dans les opérations sur les limites, ou certains plus subtiles (comme les 1^∞) ; et l'utilisation d'équivalents pour lever une forme indéterminée doit être naturelle.