

## Programme de colles n° 3

QUINZAINE DU 4 NOVEMBRE AU 15 NOVEMBRE 2023

### Chapitres concernés

- Chapitre 5 : les fonctions usuelles : logarithmes, exponentielles, puissances, fonctions circulaires (et leurs réciproques) et hyperboliques
  - propriétés générales des fonctions logarithmes, exponentielles et puissances : formules générales, dérivées, variations, limites, inégalités classiques ;
  - manipulation simultanées de fonctions usuelles : croissances comparées (applications à des calculs de limites), puissances de fonctions par des fonctions ;
  - propriétés générales des fonctions sinus, cosinus, tangentes et de leurs réciproques ;
  - propriétés générales des fonctions ch, sh (les bijectivités sont connues, mais rien n'est exigible sur leurs réciproques) ;
  - résolution d'équations utilisant les fonctions circulaires à l'aide des différentes formules du cours (addition, factorisation, sommes, formules de l'angle moitié) ;
  - manipulation d'expressions ou de fonctions construites à l'aide des fonctions circulaires ou de leurs réciproques.

### Démonstrations à savoir

- formules de  $\ln$  sur les produits, quotients, puissances ;
- dérivée de  $\exp$  et formules de  $\exp$  sur les sommes et différences (en utilisant les résultats analogues démontrés sur  $\ln$ ) ;
- étude complète de  $x \mapsto x^\alpha$  pour  $\alpha \in \mathbb{R}$  (dérivée, variations, limites en  $0^+$  et  $+\infty$ , et étude du prolongement en 0 pour  $\alpha > 0$ ) ;
- théorème des croissances comparées (démonstration complète de  $\frac{\ln(x)^\beta}{x^\alpha}$  en  $+\infty$ , et étude d'une autre limite)
- démonstration des deux inégalités classiques  $\ln(1+x) \leq x$  et  $e^x \geq 1+x$  avec cas d'égalité ;
- existence et propriétés des fonctions circulaires réciproque Arcsin, Arccos et Arctan (définition, monotonie, symétrie, dérivabilité).

### Remarques générales

- les croissances comparées doivent être utilisées avec la même variable dans l'exponentielle ou le logarithme qu'en dehors (comme dans les calculs de limites du cours)
- les complexes ont été vus en classe, donc peuvent être utilisés pour résoudre des problèmes de trigonométrie (avec les formules d'Euler, de Moivre ou de l'angle moitié par exemple)
- les formules d'addition  $\cos(a \pm b)$  et  $\sin(a \pm b)$  sont à connaître, et doivent être données spontanément si elles sont demandées ; à l'inverse des formules du type  $\cos(a) \pm \cos(b)$  (ou avec des sinus) ou  $\cos(a) \cdot \cos(b)$  (ou avec des sinus) qui se retrouvent avec les formules d'addition, ou avec les exponentielles complexes (formules d'Euler, de Moivre ou de l'angle moitié).