

Nom :

---

## Interrogation 7

**Exercice 1** Soient  $A, B, C$  trois ensembles :

1. Donner la définition de “ $A$  est inclus dans  $B$ ”.
2. Donner la définition de l'ensemble  $\mathcal{P}(A)$ , et donner explicitement  $\mathcal{P}(A)$  pour  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 1\}$  (on commencera par donner une écriture explicite de  $A$ ).
3. Donner la définition des ensembles  $A \cap B$ ,  $A \cup B$  et  $A \setminus B$ .
4. Exprimez autrement les ensembles  $A \cup (B \cap C)$  et  $A \cap (B \cup C)$ .
5. Donner la définition de  $A_1, \dots, A_n$  forme une partition de  $A$  et donner un exemple de partition de  $\mathbb{R}$ .

**Exercice 2** Soit  $A$  une partie non-vidée de  $\mathbb{R}$  :

1. Donner la définition d'un maximum de  $A$ .
2. On suppose  $A$  majorée : possède-t-elle nécessairement un maximum ? Si oui, par quel théorème est-ce vrai. Si non, donner un contre-exemple.
3. Donner la définition de la borne inférieure de  $A$ .
4. On suppose  $A$  minorée : possède-t-elle nécessairement une borne inférieure ? Si oui, par quel théorème est-ce vrai. Si non, donner un contre-exemple.

**Exercice 3** Soient  $E, F$  deux ensembles et  $f \in \mathcal{F}(E, F)$ .

1. Donner la définition de  $f$  est injective, surjective ou bijective.
2. Soit  $A \in \mathcal{P}(E)$ . Dire, de l'image directe ou réciproque de  $A$  par  $f$ , celle qui a un sens, et en donner sa définition (on précisera si ses éléments sont dans  $E$  ou  $F$ ).
3. Même question avec  $B \in \mathcal{P}(F)$ .

**Exercice 4** On considère  $f : x \mapsto \frac{x+2}{x-3}$ .

Trouver  $E, F$  sous-ensembles de  $\mathbb{R}$  les plus grands possibles tels que  $f$  réalise une bijection de  $E$  dans  $F$ , et donner sa bijection réciproque.