

Nom : _____

Interrogation 4

Question éliminatoire : on considère I, J deux sous-ensembles de \mathbb{R} , et $f : I \rightarrow J$ bijective et dérivable sur I .

Donner une condition pour que f^{-1} soit dérivable sur J , et donner alors sa fonction dérivée.

Exercice 1 On considère $\alpha > 0$.

1. Donner le domaine de définition, la dérivée et dresser le tableau de variations de la fonction $f_\alpha : x \mapsto x^\alpha$.
2. La fonction f_α est-elle prolongeable par continuité en 0 ? Son prolongement éventuel est-il dérivable en 0 (on pourra discuter suivant la valeur de α).
3. La fonction f_α est-elle bijective de \mathbb{R}_+^* dans lui-même ? Si oui, donner sa bijection réciproque.

Exercice 2 On considère $a \geq 1$.

1. Donner le domaine de définition, la dérivée et dresser le tableau de variations de la fonction $\exp_a : x \mapsto a^x$ (on pourra discuter suivant la valeur de a).
2. La fonction \exp_a est-elle bijective de \mathbb{R} dans \mathbb{R}_+^* ? Si oui, donner sa bijection réciproque (on pourra discuter suivant la valeur de a)

Exercice 3 Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^4 + 1)}{x^2 + 3}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{x^3 + 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x \ln x + \ln x}{e^x + x \sin x}$