Nom :

Interrogation 3

Exercice 1 On considère I un sous ensemble de $\mathbb{R}$ et $f : I \to \mathbb{R}$.

1. Soit J un sous-ensemble de I : donner la définition de la restriction de f à J.
2. On considère $x_0 \in I$: donner la définition de la dérivabilité de f en x_0. Et donner dans ce cas la valeur de $f'(x_0)$ et l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse x_0.
3. On considère $g : K \to \mathbb{R}$.
   (a) À quelle condition $g \circ f$ est-elle bien définie ?
   (b) Donner une condition suffisante pour que $g \circ f$ soit dérivable, et donner sa dérivée.
   (c) Montrer que la condition précédente n'est pas nécessaire.

Exercice 2 Compléter les formules suivantes :

$$\sum_{1 \leq j \leq i \leq n} a_{i,j} = \sum_{i=\dots}^{\dots} \left(\sum_{j=\dots}^{\dots} x_{i,j} \right) = \sum_{j=\dots}^{\dots} \left(\sum_{i=\dots}^{\dots} x_{i,j} \right)$$

$$\sum_{i=\dots}^{n+3} a_i = \sum_{j=2}^{n-4} a_{\dots\dots-j}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \dots \qquad \sum_{k=1}^{n} k^2 = \dots \qquad \sum_{k=1}^{n} k^3 = \dots$$

Exercice 3

1. Donner la formule du binôme :

2. Donner la factorisation de $a^n - b^n$:

3. À quelle condition peut-on factoriser $a^n + b^n$? Donner la factorisation dans ce cas :

4. Donner la formule de Pascal :

Exercice 4 Simplifier les quantités suivantes :

1. $\displaystyle\sum_{i=3}^{n-1} 4i - 5$

2. $\displaystyle\prod_{k=2}^{n+1} 5k$

3. $\displaystyle\sum_{j=2}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-j}$

4. $\displaystyle\prod_{k=2}^{n+1} 3^{k-1}$

5. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (2n)^k$