

Nom :

---

# Interrogation 11

**Exercice 1** Énoncer le théorème de Rolle pour une fonction à valeurs réelles. Est-il valable pour une fonction à valeurs complexes ? Si oui, le dire. Si non, donner un contre-exemple.

**Exercice 2** Énoncer le théorème d'inégalité des accroissements finis pour une fonctions à valeurs réelles. Est-il valable pour une fonction à valeurs complexes ? Si oui, le dire. Si non, donner un contre-exemple.

**Exercice 3**

1. Donner le théorème de division euclidienne de  $A$  par  $B$
2. Quel est le lien entre la division euclidienne de  $A$  par  $B$  et le fait que  $B$  divise ou non  $A$  ?

- Exercice 4**
1. Donner la définition de la convexité de  $f$  sur  $I$ .
  2. Étant donnée  $f$  convexe sur  $I$ , donner l'inégalité des pentes obtenues pour  $x, y, z \in I$  tels que  $x < y < z$ .
  3. Soit  $f : I \rightarrow \mathbb{R}_+^*$  deux fois dérivable. Montrer que  $\ln \circ f$  est convexe si, et seulement si :  $f'' \cdot f \geq (f')^2$ .

- Exercice 5**
1. Donner la formule de Leibniz pour deux fonctions  $f$  et  $g$  de classe  $\mathcal{C}^n$  (en donnant un énoncé précis).
  2. Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Justifier que la fonction  $x \mapsto x^2(1+x)^n$  est  $\mathcal{C}^\infty$  et calculer sa dérivée  $n$ -ème.