

Nom :

---

# Interrogation 1

**Exercice 1** Étant donné  $x$  un réel, on souhaite montrer que :

$$(\forall \varepsilon > 0, |x| \leq \varepsilon) \Rightarrow x = 0.$$

1. Énoncer la contraposée de la propriété ci-dessus.
2. La prouver.

**Exercice 2** Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n k^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

**Exercice 3** On souhaite montrer que  $\mathbb{Q}$  n'est pas un intervalle.

1. Rappeler la définition d'un intervalle, et de la racine carrée.
2. Montrer que  $\sqrt{2}$  est irrationnel.
3. Montrer que la fonction racine carrée est croissante sur  $\mathbb{R}_+$ , c'est-à-dire que :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}_+, x \leq y \Rightarrow \sqrt{x} \leq \sqrt{y}.$$

4. Dédire des questions précédentes que  $\mathbb{Q}$  n'est pas un intervalle.