

Nom :

---

## Interrogation 6

**Exercice 1** On considère  $\alpha > 0$ .

1. Donner le domaine de définition, la dérivée et dresser le tableau de variations de la fonction  $f_\alpha : x \mapsto x^\alpha$ .
2. La fonction  $f_\alpha$  est-elle prolongeable par continuité en 0 ? Son prolongement éventuel est-il dérivable en 0 (on pourra discuter suivant la valeur de  $\alpha$ ).
3. La fonction  $f_\alpha$  est-elle bijective de  $\mathbb{R}_+^*$  dans lui-même ? Si oui, donner sa bijection réciproque.

**Exercice 2** On considère  $a \in ]0; 1[$ .

1. Donner le domaine de définition, la dérivée et dresser le tableau de variations de la fonction  $\exp_a : x \mapsto a^x$ .
2. La fonction  $\exp_a$  est-elle bijective de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}_+^*$  ? Si oui, donner sa bijection réciproque.

**Exercice 3**

1. Complétez les formules suivantes (avec toutes les formules s'il y en a plusieurs) :

(a)  $\cos(a + b) =$

(b)  $\sin(a - b) =$

(c)  $\cos(2x) =$

(d)  $\sin(2x) =$

2. Compléter les formules suivantes :

(a)  $\cos(\pi/6) =$

(b)  $\tan(\pi/3) =$

(c)  $\frac{1}{2} = \sin(\dots)$

(d)  $1 = \tan(\dots)$

**Exercice 4** Calculer les limites suivantes :

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\sqrt{x})}{x^2 + 1} :$

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - x^2}{x^5 - 37} :$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{e^x - 1} :$

**Exercice 5** Donner  $A, \varphi \in \mathbb{R}$  tels que :

$$\forall t \in \mathbb{R}, 3\cos(t) + \sqrt{3}\sin(t) = A\cos(t - \varphi).$$