Nom :

Interrogation 4

Exercice 1 On considère $f : I \to J$, où I, J sont deux sous-ensembles de $\mathbb{R}$:

1. Donner la définition de la bijectivité de f.
2. On considère f bijective, et $x_0 \in I$ tel que avec f est dérivable en x_0.
   (a) Donner l'équation de la tangente à la courbe de f en x_0.
   (b) Dire à quelle condition f^{-1} est dérivable en $f(x_0)$ et donner alors sa dérivée. Que dire sur f^{-1} sinon ?
3. On considère $f : x \mapsto \dfrac{x+4}{x-1}$.
   (a) Donner l'ensemble de définition I de f.
   (b) Montrer que f réalise une bijection de I dans un ensemble J que l'on précisera, et donner sa bijection réciproque.

Exercice 2 Compléter les formules suivantes :

$$\sum_{k=1}^{n} k = \dots \qquad \sum_{k=1}^{n} k^2 = \dots \qquad \sum_{k=1}^{n} k^3 = \dots$$

$$\sum_{1\leq i<j\leq n} a_{i,j} = \sum_{i=\dots}^{\dots}\left(\sum_{j=\dots}^{\dots} a_{i,j}\right) = \sum_{j=\dots}^{\dots}\left(\sum_{i=\dots}^{\dots} a_{i,j}\right)$$

$$\sum_{1\leq i,j\leq n} a_i \cdot b_j = \dots$$

Exercice 3 On considère $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

1. Donner la définition de “f est majorée” et sa négation.
2. Donner la définition de “f est croissante” et sa négation.

Exercice 4

1. Donner la factorisation de $a^n - b^n$:
2. À quelle condition peut-on factoriser $a^n + b^n$? Donner la factorisation dans ce cas.

Exercice 5 Simplifier les quantités suivantes :

1. $\displaystyle\prod_{k=1}^{n} 2k$
2. $\displaystyle\prod_{k=1}^{n} (2k-1)$
3. $\displaystyle\sum_{1\leq i,j\leq n} ij$