Nom :

Interrogation 3

Exercice 1 On considère $f : I \to J$, où I, J sont deux sous-ensembles de $\mathbb{R}$:

1. Donner la définition de la bijectivité de f.
2. On considère f bijective, avec f dérivable en $x \in I$. Dire à quelle condition f^{-1} est dérivable en $f(x)$ et donner alors sa dérivée.
3. On considère $f : x \mapsto \dfrac{e^x + 2}{e^{-x}}$.
   (a) Donner l'ensemble de définition D_f de f.
   (b) Étudier les variations de f sur D_f. On pourra donner les limites de f sans les justifier.
   (c) En déduire que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ dans un $\mathbb{R}_+^*$.

Exercice 2 Donner la définition que la courbe de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ admet une asymptote en $+\infty$, et étudier celle (éventuelle) de $x \mapsto \dfrac{x^3 - 4x^2}{x^2 - x}$ en $+\infty$.

Exercice 3 On considère $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

1. Donner la définition de "f est minorée" et sa négation.
2. Donner la définition de "f est strictement décroissante" et sa négation.
3. On suppose qu'il existe $a \in \mathbb{R}$ tels que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(a-x) = -f(x)$: quelle propriété possède alors la courbe de f ? Que penser du cas $a = 0$?
4. On considère ici $f : x \mapsto \cos(x)$ de courbe $\mathcal{C}_f$:
   (a) Dire si f est majorée/minorée ou a un maximum/minimum (sans démonstration).
   (b) Montrer que f n'est pas croissante sur $\mathbb{R}$.
   (c) Montrer que $\mathcal{C}_f$ est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 2\pi$.
   (d) Proposer, en le justifiant, un intervalle d'étude pour f.