

# Interrogation 20 : entraînement

**Exercice 1** Soit  $f \in \mathcal{L}(E)$  pour  $E$  de dimension finie.

1. Montrer que :  $E = \text{Im}f + \text{Ker}f \Leftrightarrow \text{Im}f = \text{Im}f^2$ .
2. On suppose que  $\text{rg}(f) = \text{rg}(f^2)$  : montrer que  $\text{Im}f$  et  $\text{Ker}f$  sont supplémentaires dans  $E$ .

**Exercice 2** On considère une urne contenant  $n$  boules noires,  $b$  boules blanches et  $r$  boules rouges (pour  $n, b, r \in \mathbb{N}^*$ ). Les boules sont indiscernables, et on tire successivement et sans remise trois boules.

1. Combien y a-t-il de tirages différents ?
2. Quelle est la probabilité de tirer, dans cet ordre, une boule blanche, puis une rouge, puis une noire ?

**Exercice 3** On considère 3 dés à six faces :

- deux sont équilibrés ;
  - le troisième est truqué et tombe avec une probabilité trois fois plus grande sur 6 que sur chacune des autres faces (la probabilité de faire 6 est trois fois plus grande que de faire 1, qui est elle-même égale à celle de faire 2, etc.).
1. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire du montant du dé truqué.
  2. On choisit au hasard un des trois dés. On fait un 6. Quelle est la probabilité que le dé choisi soit truqué ?