

Nom :

Interrogation 20

Exercice 1 Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ pour E de dimension finie.

1. Montrer que : $\text{Im}f \cap \text{Ker}f = \{0\} \Leftrightarrow \text{Ker}f = \text{Ker}f^2$.
2. On suppose que $\text{rg}(f) = \text{rg}(f^2)$: montrer que $\text{Ker}f = \text{Ker}f^2$, et en déduire que $\text{Im}f$ et $\text{Ker}f$ sont supplémentaires dans E .

Exercice 2 Une urne contient 3 boules blanches et 7 boules noires, toutes indiscernables au toucher. On tire sans remise des boules jusqu'à tomber sur une boule blanche. On note X la variable aléatoire du nombre de tirages effectués.

Déterminer la loi de X .

Exercice 3 On considère trois cagettes de 100 kiwis chacune : deux contiennent des kiwis jaunes, et l'autre des kiwis verts. On suppose de plus que les kiwis sont tous poilus, soit lisses, et que : un kiwi jaune sur 10 est poilu (et les autres sont lisses), tandis que neuf kiwis verts sur 10 sont poilus (et les autres sont lisses). On place tous ces kiwis sur un même étal : le soleil brille trop fort et aveugle au point de ne pouvoir bien distinguer les kiwis ; et on porte des gants qui empêche de les distinguer au toucher.

1. Si on prend un kiwi au hasard parmi tous les kiwis : quelle est la probabilité d'avoir un kiwi lisse ?
2. On suppose qu'on a pris un kiwi poilu : quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un kiwi jaune ?