

Nom :

Interrogation 16

Exercice 1 Énoncer proprement et avec les bonnes hypothèses le théorème de caractérisation séquentielle de la limite.

Exercice 2 Montrer que $E = \{f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \mid f'' + f = 0\}$ est un espace vectoriel et que (\cos, \sin) en est une base. Pour $f \in E$, donner les coordonnées de f dans cette base.

Exercice 3 On considère $T > 0$.

1. Pour $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, énoncer proprement la définition de “ f est T -périodique”.
2. Montrer que l’ensemble des fonctions T périodiques sur \mathbb{R} est un espace vectoriel.

Exercice 4 On considère l’application f définie de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 par : $f : (x, y) \mapsto \left(\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2} \right)$.

1. Montrer que f est un endomorphisme de \mathbb{R}^2 .
2. Calculer f^2 .
3. En déduire une description la plus précise possible de f .