Nom :

Interrogation 13

Exercice 1

1. Définir ce que veut dire "(u_n) et (v_n) sont adjacentes". Quel résultat a-t-on alors ?
2. Montrer que les suites (u_n) et (v_n) définies ci-dessous sont adjacentes :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} \text{ et } v_n = u_n + \frac{1}{n}.$$

Exercice 2 Soit (u_n) définie par $u_0 = 4$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$. Exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 3 Soit (u_n) définie par $u_0 = 1$, $u_1 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+2} = 4u_{n+1} - 4u_n$. Exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 4 On considère (u_n) définie par $u_0 \in \mathbb{R}_+$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = u_n^2$.

1. Montrer que (u_n) et monotone, et donner sa monotonie en fonction de u_0.
2. Montrer que, si $u_0 \in \mathbb{R}$, alors (u_n) n'est pas nécessairement monotone.