

## DS n°2 : erreurs

### I Erreurs générales

1. Beaucoup d'erreurs dans les énoncés : que ce soit pour les sommes/produits avec les indices mal recopiés, ou pour les systèmes où certains coefficients ou les seconds membres ne sont pas les bons.
2. Certaines consignes non respectées, ou non comprises. Par exemple, on demandait de bien préciser les méthodes de calcul pour l'exercice 1, ce que beaucoup ont omis. Et pour l'exercice 2 on demandait de calculer les sommes pour  $n = 1$ , ce que certains ont fait mais bêtement, et sans se dire que ça pouvait être utile pour vérifier les formules trouvées ensuite.
3. Beaucoup trop d'erreur de calcul sur les fractions et les puissances : on trouve des réduction au même dénominateur pour faire des produit de fractions (qui sont faux d'ailleurs), des confusions entre puissance et produit, et des règles étranges sur les puissances composées. Pour illustrer ces erreurs, on retiendra que :

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{c} = \frac{ab}{c^2}, \quad 3^3 = 27 \text{ et } (a^n)^n = a^{n^2}.$$

Dans un domaine proche, certains devraient réviser leurs tables de multiplication.

4. Les parenthèses ne sont pas maîtrisées : les règles de distributivité ne sont pas respectées, et certains ne les écrivent pas (ce qui fait des erreurs de calcul ensuite).
5. Les résultats ne sont pas présentés sous des formes acceptables. On travaillait exclusivement (ou presque) avec des entiers, donc il faut rester dans les entiers tant que c'est possible. Des écritures comme  $\frac{(n+1/2)}{3}$  ne présentent aucun avantage face à  $\frac{2n+1}{6}$  (et c'est cette seconde écriture qu'il faut privilégier). Pour les écritures de fraction, on préfère : si possible factoriser au maximum ; sinon donner une forme développée/réduite/ordonnée. Par exemple, pour la quantité  $3n^2 - n - 2$ , on préfère écrire  $(n-1)(3n+2)$ . Mais en aucun cas une écriture comme  $3\frac{(n+1)^2}{2} + \frac{n^2}{2} + (n-2)^2 - \frac{15}{2}$  n'est acceptable (ni ne devrait être acceptée d'ailleurs...).
6. On observe des règles très étranges de calcul, un peu inventées dès que les formules ne suffisent pas à calculer. On rappelle que les formules pour calculer des sommes (arithmétique, quadratique, cubique, géométrique, binomiale, télescopique) est une liste **EXHAUSTIVE** de ce qu'on sait faire. Donc soit on sait se ramener à une de ces formules, soit c'est qu'on ne sait pas calculer. Des règles farfelues du type "une somme de carrés est égale au carré de la somme" (utilisée dans différentes copies) sont inadmissible dans un devoir de ce type et auraient mérité des sanctions bien plus lourdes.

## II Erreurs pour les sommes

1. Trop de copies s'embêtent avec la linéarité pour transformer les expressions, alors qu'elles sont directement calculables. C'est surtout le cas pour les sommes 1 et 2 (qui sont déjà arithmétiques, pas besoin de transformation) ou pour la 4 (qui est déjà une somme géométrique, pas besoin de transformation).
2. Les formules ne sont pas maîtrisées, avec beaucoup de  $\frac{1}{6}$  qui se transforment en  $\frac{1}{2}$  pour la somme quadratique par exemple. Ou le premier terme souvent oublié pour les sommes géométriques (mais vous étiez prévenus...).
3. Le nombre de termes est souvent mal calculé. Il suffit de se dire systématiquement la même chose : entre  $a$  et  $b$  (pour  $b \geq a$  et  $a, b \in \mathbb{Z}$ ), il y a  $b - a + 1$  termes. Et on recalcule toujours, plutôt que de chercher à deviner sans passer par un calcul (ce qui est souvent source d'erreur).
4. Quand on a une somme géométrique, la seule question est de savoir si la raison vaut 1 ou non. Il n'y a pas à traiter à part les cas où la raison fait 0 ou  $-1$  (même si ces cas pourraient rendre les calculs plus simples). Et donc pour les sommes 5 et 6, on voulait juste savoir si  $(1 - x)^3 = 1$  ou  $(1 - x)^3 \neq 1$  (c'est-à-dire si  $x = 0$  ou  $x \neq 0$ ), pour si  $(x^2 - 1) = 1$  ou  $(x^2 - 1) \neq 1$  (c'est-à-dire si  $x = \pm\sqrt{2}$  ou  $x \neq \pm\sqrt{2}$ ).
5. La somme binomiale est un peu à part, comme on n'a aucune liberté sur les bornes dans la somme : si on a des  $\binom{n}{k}$ , alors la somme doit faire varier  $k$  de 0 à  $n$  (inclus). Et sinon il y a des termes à traiter à part (c'était le cas pour la somme 10).
6. Les télescopes sont de loin les sommes qui se font avec le moins de calcul. Mais ça demande de bien faire attention aux termes qui restent, ce qui est la seule difficulté. Pour ceux qui ont du mal, il est préférable d'écrire la somme en extension (avec des points de suspension) pour bien comprendre quels sont les termes qui restent à la fin.
7. Les sommes 12 et 13 sont certes plus difficiles (l'indication le laissait clairement penser), mais elles auraient dû être traitées par davantage de monde : la 12 est quasiment comme celle faite en cours (et l'indication devait beaucoup aider) ; la 13 avait été traitée au tableau quelques heures à peine avant le devoir (et aurait dû être traitée par tout le monde, et correctement).

## III Erreurs pour les sommes doubles

1. Des confusions sur les inégalités larges ou strictes dans les sommes, qui sont souvent dues à des erreurs dans le recopiage de l'énoncé.
2. Parfois, des variables n'apparaissent pas (au milieu de calculs, ou directement comme dans la seconde somme) : ce n'est pas pour cela qu'on peut supprimer la variable en question ! Il y avait sensiblement le même problème sur des sommes de termes constants dans les sommes simples, avec des erreurs de calcul sur  $\sum_{k=1}^n 1$ , ce qui doit faire apparaître le nombre de termes. C'est pareil pour les sommes doubles.
3. Pour les sommes 8 et 9, qui n'ont pas été beaucoup traitées, il y a souvent des erreurs de sens, avec des disjonctions de cas hors des sommes (ce qui ne veut rien dire) : on ne peut pas faire des disjonctions sur les valeurs de  $k$  et  $l$  si l'un ou l'autre n'existe pas, donc ces disjonctions doivent être faites à l'intérieur de la somme double.
4. Beaucoup de formules n'ont pas de sens : certains écrivent des  $\sum_{k=1}^l$  comme premier symbole de somme, ce qui ne veut rien dire comme  $l$  est seulement introduit après. Et même certains résultats n'ont pas de sens, faisant apparaître des  $k$  et des  $l$  à l'arrivée, alors que ce sont des variables muettes, et que la seule variable qui peut donc apparaître à la fin est  $n$ .
5. Quasiment aucune copie ne vérifie la cohérence entre le calcul pour  $n = 1$ , et la valeur générale obtenue. Ce serait pourtant un bon moyen de détecter des erreurs...

## IV Erreurs pour les produits

1. Le fait que le nombre de facteur apparaît comme exposant quand on sort une constante d'une somme (pour les produits 1 ou 2 par exemple) n'est pas compris. Certains écrivent directement que les quantités  $\prod_{k=1}^{n+1} 5k$  et  $5 \prod_{k=1}^{n+1} k$  sont égales...
2. Le produit des nombres impairs (le troisième produit) est un exercice fondamental qui devrait être maîtrisé de tous.
3. Les manipulations des factorielles est à revoir : la factorielle est une fonction, et il faut la voir comme telle. Ainsi, on n'a pas égalité entre  $(n^2)!$  (la factorielle du carré de  $n$ ) et  $(n!)^2$  (le carré de la factorielle de  $n$ ). Il faut donc faire attention à la position du carré, qui change le sens.
4. Des formules inventées pour les produits de termes de suites géométriques ou arithmétiques : la seule formule pour le produit est la factorielle. Pour le reste, on se ramène à des sommes (par exemple pour les produit de termes de suites géométriques).
5. Des drôles de formules aussi pour le produit 6, avec des produit de sommes qui valent les sommes des produits.
6. Le produit 9 aurait dû être réussi par tous : il avait été annoncé comme étant une question de l'interrogation ou du devoir, et n'était pas dans l'interrogation. Il allait donc nécessairement apparaître au devoir.

## V Erreurs pour les systèmes

1. Les conclusions sont mal maîtrisées. On veut résoudre une équation, donc on ne peut pas conclure par "le triplet ...est solution" ou "le système admet ...pour solution", qui ne dit pas que l'on a bien toutes les solutions. Il vaut mieux écrire : "les solutions du système forme l'ensemble ..." ou "le système admet pour ensemble solution ..." qui dit bien que l'on a toutes les solutions.
2. Quand le système n'a pas de solution, les formulations sont étranges : il n'y a pas à parler de "contradiction" ou d'"absurdité". On a juste montré, par équivalences avec le pivot de Gauss, que le système est équivalent à une assertion toujours fausse : il n'est donc jamais vrai, donc n'admet aucune solution.
3. Attention aux objets manipulés : on ne peut pas dire "le système admet pour solution" et ensuite donner un ensemble, qui n'est pas une solution (comme on avait à chaque fois trois inconnues, les solutions sont des triplets, pas des ensembles).
4. Beaucoup d'erreurs de calcul dans les coefficients. Et encore plus d'oublis dans les manipulations des seconds membres : on rappelle que, quand on fait un pivot, on doit aussi transformer le second membre !
5. Trop peu de copies vérifient les résultats, ou ne se remettent en question avec des résultats étranges. En général, les énoncés sont faits pour que les résultats tombent juste. Des résultats avec des  $\frac{\quad}{59}$  ou autre nombre autre que 37 au dénominateur doivent apparaître étranges.