DM n^{o}1 : erreurs

I Erreurs générales

1. L'orthographe laisse parfois à désirer. Beaucoup écrivent comme si la langue française n'utilisait même pas d'accents...
2. Certaines phrases ont un sens ambiguë, qui mériterait d'être précisé. Par exemple, certains écriraient quelque chose comme "$f(x) = (x-1)^2\dot{g}(x)$ donc le signe de $f(x)$ dépend (du signe) de $g(x)$", ce qui est moins précis que le véritable sens derrière, à savoir : "$f(x)$ est du même signe que $g(x)$".
3. Les objets sont mal introduits, avec des "pour tout" qui se baladent un peu partout de manière désordonnée : soit au mauvais endroit (on écrit : $\forall n \in \mathbb{N},\ 2^n > n$ et pas $2^n > n \forall n \in \mathbb{N}$) ; soit pour une variable où c'est inadapté (rajouter des $\forall n \in \mathbb{N}$ alors qu'on travaille avec un n fixé) ; soit cela n'a pas de sens ($\forall x \in \mathbb{R}_+,\ x \mapsto x^2$ est croissante n'a aucun sens) ; soit cela change le sens (dire que $\forall x \in]-5/2; 7/2[,\ |x-3| + |x+2| < 6$ ne donne qu'une implication, et dit seulement que ce sont des solutions, alors qu'on veut une équivalence et dire quelles sont les solutions) ;
4. Ce que représente une équation ou une inéquation est mal compris : on ne présuppose en aucun cas d'avoir une solution pour la variable x. On ne peut donc pas conclure par "donc $x = \dots$" : ça n'a pas du tout le même sens que celui imposé par la question.
5. Les récurrences sont trop souvent mal rédigées, notamment l'hérédité où l'hypothèse de récurrence est absente des hypothèses, ou alors où l'absence du "tel que" dans la phrase "soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $A(n)$ est vraie" en change complètement le sens.

II Erreurs spécifiques des différentes questions

Exercice 1 Quelques questions indépendantes

1. Beaucoup d'équivalences non justifiées. Certains ont fait des raisonnements par analyse-synthèse : c'était compliqué, car il fallait bien montrer dans la synthèse que tout élément de $]2\sqrt{3}/3;+\infty[$ était solution, ce qui demande des gros calculs. Certains se contentent de raffiner un peu leur analyse dans leur soit disant synthèse, mais ne font pas du tout une synthèse.
2. On n'a pas nécessairement un polynôme du second degré (problème si $2m-1=0$) donc c'est un cas à traiter à part. Il y a beaucoup de "il faut" (ce qui veut dire que l'on n'a qu'une implication, et plus précisément une condition nécessaire pour que m vérifie la condition). Mais cela veut dire qu'il manque aussi la réciproque dans la preuve.

   Beaucoup répondent par : "donc $m \in \dots$". Mais ce n'est pas la question : on veut savoir quand m vérifie une condition, et pas savoir à quel ensemble appartient m sachant qu'il vérifie une certaine condition.
3. La disjonction de cas est souvent bien faite, mais manque de clarté pour revenir au problème de départ. Les ensembles solutions sur les sous-ensembles de $\mathbb{R}$ ne sont pas introduits/expliqués correctement, et sortent un peu de nulle part, tout comme le retour à l'équation de départ.
4. La disjonction de cas est encore bien faite, mais avec des choses bizarre sur la gestion de cas particuliers : beaucoup trop traitent à part certains cas ($n=0$ et $n=1$) alors que leur preuve s'inscrit très bien dans les cas plus généraux.

   L'hérédité, dans la preuve du cas $n \in \mathbb{N}^*$, pouvait se faire en utilisant que, pour un tel n : $2n \geqslant n+1$. Mais beaucoup annoncent cette inégalité pour $n \in \mathbb{N}$ (ce qui est faux).
5. L'initialisation est mal présentée : il faut bien séparer le calcul de u_n et celui de la formule à prouver (sinon on ne prouve rien).

   Pour l'hérédité, comme on a une récurrence double, il faut bien partir de n tel que $u_n = \dots$ et $u_{n+1} = \dots$, et ne surtout pas rajouter en plus que $u_{n+2} = \dots$: c'est justement ce qu'on veut prouver !
6. Le raisonnement par analyse-synthèse est mal maîtrisé.

   Beaucoup disent dès le début "donc $f(x) = \dots$" sans dire que l'on considère f solution (point de départ de l'analyse).

   Des choses inutiles : certains montrent que $\forall x \in \mathbb{R}^*,\ f(x)=0$ et aussi que $\forall y \in \mathbb{R}^*,\ f(y)=0$: c'est la même chose !

   Trop de copies concluent directement que la fonction nulle est l'unique solution, mais sont partis d'une solution, donc n'ont pas montré que la fonction nulle est effectivement solution.

Exercice 2 [Des mathématiciens rentrent dans un bar...] Les conclusions de chaque phrase sont souvent sous-exploitées (avec des conclusions plus faibles que ce qu'on peut montrer).

Les raisonnements sont approximatifs, et non justifiés : beaucoup de "donc" de promènent sans explication, et surtout certains arrivent à des conclusions fausses (et annoncent connaître les âges, ce qui est impossible).