

Interro 8 : Plan et espace

I. Le plan affine

On se place dans un plan affine euclidien \mathcal{P} , muni d'un repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ qu'on suppose orthonormé direct. On note P le plan vectoriel associé à \mathcal{P} .

On fixe A, B, C trois points de \mathcal{P} de coordonnées $(x_A, y_A), (x_B, y_B), (x_C, y_C)$, \vec{u}, \vec{v} deux vecteurs de coordonnées $(x_u, y_u), (x_v, y_v)$, et \mathcal{D} la droite d'équation $ax + by + c = 0$ dans le repère précédent.

1. Donnez une condition nécessaire et suffisante sur les coordonnées de \vec{u} et \vec{v} pour que ces vecteurs soient colinéaires.
2. Donnez une condition nécessaire et suffisante sur les vecteurs \vec{AB}, \vec{AC} et \vec{BC} pour que les points A, B et C soient alignés.
3. Donnez une équation paramétrique puis une équation cartésienne de la droite passant par A et dirigée par \vec{u} .
4. Donnez un vecteur directeur et un vecteur normal à la droite \mathcal{D} .
5. Donnez la distance de A à la droite \mathcal{D} .

II. L'espace affine de dimension 3

On se place dans un espace affine euclidien \mathcal{E} de dimension 3, muni d'un repère $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ qu'on suppose orthonormé direct. On note E l'espace vectoriel associé à \mathcal{E} .

On fixe A un point de \mathcal{E} de coordonnées (x_A, y_A, z_A) , $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ trois vecteurs de coordonnées $(x_u, y_u, z_u), (x_v, y_v, z_v), (x_w, y_w, z_w)$, et $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2$ les plans d'équation $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ dans le repère précédent.

1. Donnez une condition nécessaire et suffisante sur les coordonnées de \vec{u}, \vec{v} et \vec{w} pour que ces vecteurs soient coplanaires.
2. Donnez des vecteurs normaux aux plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 .
3. Donnez une condition nécessaire et suffisantes sur les coefficients a_i, b_i, c_i, d_i ($i = 1, 2$) pour que les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 soient parallèles.
4. Donnez la formule du produit vectoriel $\vec{u} \wedge \vec{v}$.
5. On suppose que \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 ne sont pas parallèles. Donnez la nature de l'espace affine $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$, et en donner un vecteur directeur.
6. Donnez la distance de A au plan \mathcal{P}_1 .