

## Interro 6 : calcul algébrique

### I. Cours

1. On considère  $a, b$  deux réels, et on note  $z = a + ib$ . Donnez en fonction de  $a$  et  $b$  les éléments suivants (dont on rappellera la notation associée) :

1. la partie réelle de  $z$  :
2. la partie imaginaire de  $z$  :
3. le module de  $z$  :
4. un argument de  $z$  :

5. le conjugué de  $z$  :

2. On se donne  $z$  un complexe, qu'on écrit sous la forme :  $z = \rho e^{i\theta}$ . Donnez les conditions sur  $\rho$  et  $\theta$  pour que l'écriture précédente soit l'écriture sous la forme exponentielle de  $z$ .

On suppose dans la suite que ces conditions sont vérifiées. Donnez en fonction de  $\rho$  et  $\theta$  les quantités suivantes :

1. le module de  $z$  :
2. un argument de  $z$  :
3. le conjugué de  $z$  :
4. pour  $n \in \mathbb{N}^*$ , l'ensemble des racines  $n$ -ème de  $z$  :

## II. Exercices

1. Pour  $n \in \mathbb{N}^*$ , donnez la formule de Moivre associée à  $n$ .
2. Donnez les formules d'Euler.
3. À l'aide de l'une des deux formules précédentes (au choix), exprimez  $\cos(3x)$  comme un polynôme en  $\cos(x)$  (on pourra directement partir de  $\cos(3x)$ , ou chercher à linéariser  $(\cos(x))^3$ ).