

Interro 5 : calcul algébrique

I. Cours

On considère n un entier, et p, q des entiers tels que $p \leq q$. Donnez une expression simple pour les quantités suivantes :

1. Pour k entier compris entre 1 et n :

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} =$$

2. Pour tous réels a, b :

$$(a + b)^n =$$

3. Pour tous réels a, b :

$$a^{n+1} - b^{n+1} =$$

4. Si de plus n est (condition à préciser) :

$$a^{n+1} + b^{n+1} =$$

5. Si x est un réel tel que (condition à préciser) :

$$\sum_{k=p}^q x^k =$$

II. Exercice

Montrer à l'aide d'une récurrence l'assertion suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$