Université Grenoble–Alpes **Mat101 2018/2019**

Interro 2 : langage mathématique

I. Quantificateurs On se donne $P(x), Q(x)$ des assertions dépendant d'un paramètre x appartenant à un ensemble A.

1. En n'utilisant que les assertions suivantes :

$$(\forall x \in A, P(x)), (\forall x \in A, \neg P(x)), (\exists x \in A, P(x)), (\exists x \in A, \neg P(x))$$

ainsi que les mêmes assertions en remplaçant $P(x)$ par $Q(x)$, et à l'aide des connecteurs logiques usuels $\vee$ et $\wedge$, réécrire **lorsque c'est possible** les assertions suivantes. On notifiera les éventuelles assertions impossible à réécrire.

$\neg(\forall x \in A, P(x)) \Leftrightarrow$

$\neg(\exists x \in A, P(x)) \Leftrightarrow$

$(\forall x \in A, P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow$

$(\forall x \in A, P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow$

$(\exists x \in A, P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow$

$(\exists x \in A, P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow$

2. On considère a un élément quelconque de A. Donnez le lien tautologique dans les pointillés suivants :

$$(\forall x \in A, P(x)) \quad ..... \quad P(a)$$
$$(\exists x \in A, P(x)) \quad ..... \quad P(a)$$

Pour une des deux situations (au choix), donner un contre-exemple pour montrer qu'on n'a pas d'équivalence tautologique.

II. Fonctions et applications On se donne E, F deux ensembles, f une application de E dans F, A un sous-ensemble de E et B un sous-ensemble de F.

1. Donnez la définition des ensembles suivants :

– l'image de A par f :

– l'image réciproque de B par f :

2. Définir à l'aide de quantificateurs, et en terme de nombre d'antécédents d'un élément de l'ensemble d'arrivée, les notions suivantes :

– l'injectivité de f :

– la surjectivité de f :