

TD : Equations différentielles

► **Exercice 1.** Acquérir la méthode : Equations homogènes
Résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' - 5y = 0$.

2. $y' = xy$

3. $y' = e^x y$

4. $y' + \tan(x)y = 0$

5. $y' + \frac{x}{1+x^2}y = 0$

6. $y' + \frac{x}{e^x}y = 0$

► **Exercice 2.** Trouver maintenant les solutions des équations de l'exercice 1 pour la condition initiale $y(0) = 1$.

► **Exercice 3.** Acquérir la méthode : Equations avec second membre
Résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' + y = e^x$

2. $y' + y = xe^x - 2$

3. $y' - y = \sin(x)$

4. $y' + \frac{2}{x}y = x^2$

5. $y' + y = e^{-x}$

6. $y' - xy = x^3$

► **Exercice 4.** Le coeur

On reprend le modèle régissant la pression artérielle vu en cours :

$$P'(t) + \frac{P(t)}{RC} = \frac{Q(t)}{C}.$$

où $P(t)$ désigne la pression artérielle fonction du temps t variable de \mathbb{R}_+ , $Q(t)$ le débit fonction du temps, R la résistance, C la compliance (constante). On choisit la source $\frac{Q(t)}{C}$ égale à la fonction f où $f(t) = 1 + \cos(t)$ pour t dans \mathbb{R}_+ . On pose $\lambda = RC$ de sorte que l'équation s'écrive :

$$P'(t) + \lambda P(t) = 1 + \cos(t)$$

1. Quelles sont les solutions de l'équation différentielles ?
2. Quelle est la solution correspondant à la condition initiale : $P(0) = 12$?
3. Décrire le comportement physique de la solution.
4. Que va-t-il se passer si on augmente la résistance R par exemple en présence d'un surplus de cholestérol ?