

TD1 : les espaces de probabilité

Exercice 1 : On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.

1. Décrire l'ensemble Ω , et calculer son cardinal.
2. Calculer la probabilité de tirer un carré d'as, puis celle de tirer un carré quelconque.
3. Calculer la probabilité de tirer exactement un coeur, puis de tirer au moins un coeur, et enfin celle de tirer uniquement des coeurs.

Exercice 2 : Montrer que l'union de deux événements négligeables est négligeable, et que l'intersection de deux événements presque certains est presque certaine.

Exercice 3 : On considère trois événements A , B et C qui vérifient :

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{7}{10}, \quad P(C) = \frac{1}{2},$$

$$P(A \cup B) = \frac{9}{10}, \quad P(A \cap C) = \frac{1}{5}, \quad P(B \cap C) = \frac{3}{10}, \quad P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{10}.$$

Calculer les probabilités des événements suivants :

1. A et B se réalisent.
2. Les trois événements se réalisent.
3. A et B se réalisent, mais pas C .
4. A se réalise seulement.
5. L'un des événements se réalise.
6. Aucun des événements ne se réalise.
7. Un et un seul des événements se réalise.

Exercice 4 : Un voyageur arrive à un carrefour d'où partent deux routes. Il y a trois personnes (appelées A , B et C) à ce carrefour, à qui il peut demander son chemin. Les probabilités de donner le bon chemin est de $3/5$ pour A , $3/5$ pour B et $4/5$ pour C .

Le voyageur choisit une personne au hasard et lui demande son chemin :

1. Quelle est la probabilité pour qu'on lui indique le bon chemin ?
2. Il se rend compte assez vite qu'on lui a indiqué le bon chemin : quelle est la probabilité qu'il se soit adressé à chacune des trois personnes ?

Exercice 5 : Soient A et B deux événements tels que : $P(A) = 0.75$, $P(B) = 0.40$ et $P_B(\bar{A}) = 0.25$.

1. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
2. les événements \bar{A} et \bar{B} sont-ils indépendants ?

Exercice 6 : On considère un dé à six faces truqué, de telle sorte que les nombres pairs ont deux fois plus de chance de tomber que les nombres impairs. Donner les probabilités pour les différentes faces de tomber.

Exercice 7 : On considère une urne contenant n boules, parmi laquelle on en tire k . Décrire l'ensemble Ω (et en particulier donner son cardinal) dans les cas suivants :

1. L'ordre des boules tirées a une importance, et on ne peut tirer qu'une seule fois chaque boule : c'est le cas des tirages successifs sans remise.
2. L'ordre des boules tirées a une importance, et on peut tirer chaque boule autant de fois que l'on veut : c'est le cas des tirages successifs avec remise.
3. L'ordre des boules tirées n'a pas d'importance, et on ne peut tirer qu'une seule fois chaque boule : c'est le cas des tirages simultanés.

Exercice 8 : On considère une pièce équilibrée qu'on lance n fois (pour $n > 0$ un entier). Donner la probabilité que l'on ait obtenu un nombre pair de fois Face.

Indication : on pourra raisonner par récurrence sur n .