

DM1 : probabilités discrètes et continues

Exercice 1 : On considère une urne contenant 10 boules : 8 sont blanches, et 2 sont noires.

1. On tire simultanément deux boules, et on note X la variable aléatoire correspondant au nombre de boules noires tirées.

- Déterminer la loi de probabilité de X .
- Calculer l'espérance et la variance de X .
- Calculer la probabilité d'avoir au moins une boule noire.

2. On tire successivement et avec remise deux boules, et on note Y la variable aléatoire correspondant au nombre de boules noires tirées.

- Déterminer la loi de probabilité de Y .
- Calculer l'espérance et la variance de Y .
- Calculer la probabilité d'avoir au moins une boule noire.

3. On tire successivement et sans remise une seule boule à la fois, jusqu'à tirer une boule noire, et on note Z la variable aléatoire correspondant au nombre de tirages.

- Déterminer la loi de probabilité de Z .
- Calculer l'espérance et la variance de Z .
- Calculer la probabilité d'effectuer au moins 3 tirages.

Exercice 2 : On considère X la variable aléatoire dont la densité de probabilité est définie par :

$$f(t) = \begin{cases} a \cdot (1 - t^2) & \text{si } t \in [-1; 1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} .$$

- Calculer a , puis tracer la fonction f .
- Calculer puis tracer la fonction de répartition de X .
- Calculer les probabilités suivantes :
 - $P(X < 0)$;
 - $P(X \geq 0.5)$;
 - $P(|X| \leq 0.5)$.
- Calculer l'espérance et la variance de X .