# TP2 – Algèbre linéaire

L'objectif de ce TP est d'utiliser les outils d'algèbre linéaire présents sous Scilab.

## 1 Déterminant

**1.** Calculer à l'aide de la fonction `det` le déterminant des matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

**2.** Écrire une fonction `Determinant` qui calcule le déterminant d'une matrice carrée de façon récursive (sans utiliser la commande `det`!), par exemple en développant par rapport à la première colonne. Le tester sur les matrices $A$ et $B$ précédentes, puis comparer la vitesse d'éxécution entre `det` et `Determinant` sur la matrice `ones(9,9)` par exemple.

## 2 Résolution de systèmes linéaires

La fonction `linsolve` permet de résoudre le système linéaire $Ax = b$. Consulter l'aide de Scilab en tapant `help linsolve` pour en comprendre son fonctionnement.

**3.** Dans chacun des cas suivants, écrire le vecteur $y$ comme combinaison linéaire des vecteurs $(y_j)_j$ en déterminant d'abord le système linéaire correspondant puis en le résolvant à l'aide de `linsolve`.

$$y = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad y_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad y_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad y_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$y = \begin{bmatrix} 7 \\ 14 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad y_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad y_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad y_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad y_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

**4.** Le logiciel Scilab est un logiciel de résolution numérique, et en particulier ne peut afficher les résultats qu'avec une précision finie. Des erreurs d'arrondis qui s'accumulent peuvent influencer grandement le résultat d'un calcul, en particulier lors de la résolution d'un système linéaire.

**4.a.** Écrire une fonction `Hilb` qui prend en argument un entier $n \geq 1$ et rend en sortie la matrice carrée de taille $n$ dont le coefficient d'indice $(i, j)$ vaut $\frac{1}{i+j}$.

**4.b.** Définir `A=Hilb(15)` puis `b=A*ones(15,1)`. Que rend la commande `linsolve(A,-b)` ? Et la commande `A\b` ? Est-ce normal ? On pourra consulter l'aide de Scilab pour comparer les commandes `linsolve` et \.

**5.** (Question bonus) Ecrire une fonction `Pivot_Gauss` qui prend en entrée une matrice inversible $A$ et un vecteur $b$ et renvoie la solution $x$ du système linéaire $Ax = b$, en utilisant la méthode du pivot de Gauss (en particulier, sans utiliser les commandes `linsolve` et \ !).

# 3 Diagonalisation

La commande `spec` permet de déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres d'une matrice. Consulter l'aide de Scilab en tapant `help spec` pour comprendre son fonctionnement.

**6.** Trouver les valeurs propres et les vecteurs propres des matrices suivantes à l'aide de la commande `spec` :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$