

Programme de colles n° 3

QUINZAINE DU 3 NOVEMBRE AU 14 NOVEMBRE 2025

Chapitres concernés

- Chapitre 5 : les fonctions usuelles : logarithmes, exponentielles, puissances, fonctions circulaires (et leurs réciproques) et hyperboliques
 - propriétés générales des fonctions logarithmes, exponentielles et puissances : formules générales, dérivées, variations, limites, inégalités classiques ;
 - manipulation simultanées de fonctions usuelles : croissances comparées (applications à des calculs de limites), puissances de fonctions par des fonctions ;
 - propriétés générales des fonctions sinus, cosinus, tangentes et de leurs réciproques ;
 - propriétés générales des fonctions ch, sh (les bijectivités sont connues, mais rien n'est exigible sur leurs réciproques) ;
 - résolution d'équations utilisant les fonctions circulaires à l'aide des différentes formules du cours (addition, factorisation, sommes, formules de l'angle moitié) ;
 - manipulation d'expressions ou de fonctions construites à l'aide des fonctions circulaires ou de leurs réciproques.

Démonstrations à savoir

- formules de \ln sur les produits, quotients, puissances ;
- dérivée de \exp et formules de \exp sur les sommes et différences (en utilisant les résultats analogues démontrés sur \ln) ;
- étude complète de $x \mapsto x^\alpha$ pour $\alpha \in \mathbb{R}$ (dérivée, variations, limites en 0^+ et $+\infty$, et étude du prolongement en 0 pour $\alpha > 0$) ;
- théorème des croissances comparées (démonstration complète de $\frac{\ln(x)^\beta}{x^\alpha}$ en $+\infty$, et étude d'une autre limite)
- démonstration des deux inégalités classiques $\ln(1+x) \leq x$ et $e^x \geq 1+x$ avec cas d'égalité ;
- existence et propriétés des fonctions circulaires réciproque Arcsin, Arccos et Arctan (définition, monotonie, symétrie, dérivabilité).

Remarques générales

- les croissances comparées doivent être utilisées avec la même variable dans l'exponentielle ou le logarithme qu'en dehors (comme dans les calculs de limites du cours)
- les complexes ont été vus en classe, donc peuvent être utilisés pour résoudre des problèmes de trigonométrie (avec les formules d'Euler, de Moivre ou de l'angle moitié par exemple)
- les formules d'addition $\cos(a \pm b)$ et $\sin(a \pm b)$ sont à connaître, et doivent être données spontanément si elles sont demandées ; à l'inverse des formules du type $\cos(a) \pm \cos(b)$ (ou avec des sinus) ou $\cos(a) \cdot \cos(b)$ (ou avec des sinus) qui se retrouvent avec les formules d'addition, ou avec les exponentielles complexes (formules d'Euler, de Moivre ou de l'angle moitié).