

## **Programme de colles n° 14**

QUINZAINE DU 26 MAI AU 5 JUIN 2026

### **Chapitres concernés**

- Chapitre 26 : étude statistique de variables aléatoires :
  - couples de variables aléatoires : lois conjointes et marginales, passage des unes aux autres, indépendance (mutuelle ou deux à deux) de variables aléatoires
  - espérance : définition, méthode de calcul (par la loi, en revenant à l'espace probabilisé, ou par théorème de transfert), propriétés de l'espérance (linéarité, positivité/croissance avec cas d'égalité, inégalité triangulaire), espérance des lois usuelles, inégalité de Markov
  - variance/covariance : définition, formule de König–Huygens, positivité (cas d'égalité), variance d'une combinaison linéaire (cas d'indépendance deux-à-deux), lien entre décorrélation et indépendance, variance des lois usuelles, inégalité de Bienaymé–Tchebychev
- Chapitre 27 : matrices et applications linéaires
  - représentation matricielle des vecteurs ou des applications linéaires : définition, isomorphismes à base(s) fixée(s) et compatibilité avec les opérations
  - rang d'une matrice, et interprétation en lien avec les applications linéaires ou les systèmes linéaires
  - changements de bases : formule du changement de base, matrices semblables

### **Démonstrations à savoir**

- espérance des lois usuelles
- inégalité de Markov et de Bienaymé–Tchebychev
- matrice de l'image d'un vecteur par une application linéaire et matrice d'une composée d'applications linéaires
- matrice d'un projecteur ou d'une symétrie (énoncer le résultat pour l'un et le montrer pour l'autre)

### **Remarques générales**

- Toutes les probabilités se font sur des univers finis. Et donc les ensembles images des variables aléatoires peuvent toujours être réduits à des ensembles finis.
- Les méthodes pour étudier une variable aléatoire sur un univers fini (déterminer son ensemble image puis raisonner en termes de distributions de probabilités par exemple) sont à connaître, ainsi que les théorèmes usuels sur les espaces probabilisés (formule des probabilités totales, des probabilités composées, ou de Bayes par exemple).
- L'isomorphisme entre applications linéaires (à bases fixées) et matrices s'utilise dans les deux sens : soit on transforme un problème d'algèbre linéaire en un problème matriciel qu'on résout par calcul matriciel ; soit on interprète une matrice comme la matrice d'une application linéaire et on en déduit des propriétés (rang, puissances, etc.).
- Les interprétations matricielles d'applications linéaires ou de vecteurs se font évidemment en dimension finie, et il faut donc être au point avec les différents résultats valables en dimension finie quand on manipule des matrices : base incomplète/extraite, lien entre dimension/cardinal et caractère libre/générateur, etc.