

## Programme de colles n° 12

QUINZAINE DU 20 AVRIL AU 1ER MAI 2025

### Chapitres concernés

- Chapitre 23 : probabilités et dénombrement :
  - technique usuelles de dénombrements par bijection/injection/surjection avec des ensembles finis dont on connaît le cardinal, principe des tiroirs ou des bergers, arrangements, combinaisons, interprétation combinatoire des coefficients binomiaux.
  - espaces probabilisés : notion d'expérience aléatoire, de probabilités, propriétés générales d'une probabilité
  - notion de variable aléatoire : définition, loi, variables aléatoires usuelles
  - probabilités conditionnelles : définition et propriétés élémentaires, formules des probabilités composées/totales, indépendance, formule de Bayes

### Démonstrations à savoir

- Propriétés d'une probabilité (probabilité du complémentaire, d'une union disjointe ou non, croissance)
- Si  $\mathbb{P}(B) \neq 0$ , alors  $\mathbb{P}_B$  définit une probabilité sur  $\Omega$ .
- Formule des probabilités composées.
- Formule des probabilités totales.

### Remarques générales

- Une preuve de dénombrement ne doit pas nécessairement se faire dans un cadre aseptisé dans lequel on ne compte que les éléments des ensembles de la forme  $\{1, \dots, n\}$  et où on s'y ramène par des bijections bien choisies. Mais l'autre extrême n'est pas acceptable pour autant, et un dénombrement par tentative d'énumération se doit d'être clair pour être considéré valable.
- Pour être comprise, une variable aléatoire doit être décrite correctement, et en particulier il faut déterminer son ensemble image.
- Le fait de travailler sur un univers fini a l'avantage d'identifier les probabilités aux distributions de probabilités, dont les propriétés sont plus faciles à vérifier : il n'y a alors pas à redémontrer toutes les propriétés d'une probabilité.
- Il y a peu de résultats à connaître, donc il doivent être parfaitement sus et restitués : avec le bon nom, et les bonnes hypothèses.
- Les espaces probabilisés font intervenir des ensembles (les événements) et des réels (leur probabilité) : il ne faut pas confondre les deux, bien utiliser les opérations adaptées pour chaque objet (union/intersection ou somme/produit) en regardant les propriétés associées sur les événements (incompatibilité/indépendance).