Nom :

Interrogation 7

Exercice 1 On considère le complexe $z = \dfrac{2}{1+i}$.

1. Écrire z sous forme algébrique. Donner les racines carrées de z sous forme algébrique.
2. Écrire z sous forme trigonométrique. Donner les racines cubiques de z sous forme trigonométrique.

Exercice 2 On considère $f : t \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{t}+\sqrt{t}^3}$.

1. Justifier que f possède une primitive sur $\mathbb{R}_+^*$, et donner sous forme d'intégrale l'expression de F, l'unique primitive de f sur $\mathbb{R}_+^*$ qui s'annule en 1.
2. En faisant le changement de variable $u = \sqrt{t}$ donner l'expression de F à l'aide des fonctions usuelles.

Exercice 3 Donner TOUTES les primitives sur $\mathbb{R}$ de $t \mapsto \cos^4(t)$.

Exercice 4 On considère $a \in \mathbb{R}$ et on pose $P : t \mapsto x^2 + a$.

1. Donner suivant la valeur de a les racines réelles de P.
2. En déduire, selon la valeur de a, une primitive de $f : t \mapsto \dfrac{1}{P(t)}$.

Exercice 5 On considère A, B, M des points distincts d'affixes respectivement $z_A, z_B, z \in \mathbb{C}$.

1. À quelle condition sur $\dfrac{z - z_A}{z - z_B}$ les points A, B, M sont-ils alignés ? Comment se traduit le fait que $\dfrac{z - z_A}{z - z_B}$ est imaginaire pur ?
2. En déduire le lieu géométriques des points M tels que $\dfrac{z - 3 + i}{z + 5 - 2i} \in \mathbb{R}$, et celui tel que $\dfrac{z - 3 + i}{z + 5 - 2i} \in i\mathbb{R}$.