

Nom :

Interrogation 5

Exercice 1 Simplifier les quantités suivantes en le justifiant :

1. $\sum_{i=3}^{n-1} 4i - 5$

2. $\prod_{k=2}^{n+1} 5k$

3. $\sum_{j=2}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-j}$

4. $\prod_{k=2}^{n+1} 3^{k-1}$

5. $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (2n)^k$

Exercice 2 On considère $f : x \mapsto (1 + \ln(x))^x$.

1. Donner l'ensemble de définition de f .
2. Justifier que f est dérivable sur son ensemble de définition et donner sa dérivée.
3. Montrer que la fonction $x \mapsto x - \ln(x)$ admet un minimum, que l'on donnera.
4. En déduire les variations de f .

Exercice 3 Déterminer les limites suivantes en les justifiant :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^4 + 1)}{x^2 + 3} :$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2}}{x^7 + 12} :$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x \ln x + \ln x}{e^x + x \sin x} :$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 1)}{e^x - 1} :$

Exercice 4 Résoudre le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} x + 3y + z = 1 \\ 2x - y + 2z = -1 \\ x + 10y + z = 0 \end{cases}$$