Nom :

Interrogation 4

Exercice 1 On considère $f : I \to J$, où I, J sont deux sous-ensembles de $\mathbb{R}$, et $x_0 \in I$:

1. (a) Donner la définition de "f est dérivable en x_0".
   (b) On suppose f dérivable en x_0 : donner l'équation de la tangente à la courbe de f en son point d'abscisse x_0.
2. (a) Donner la définition de la bijectivité de f.
   (b) On suppose f bijective, avec f dérivable en $x_0 \in I$. On pose $y_0 = f(x_0)$. Dire à quelle condition f^{-1} est dérivable en y_0 et donner alors sa dérivée.
3. Montrer que $g : x \mapsto x^3 + x$ réalise une bijection de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Exercice 2 Donner la définition que la courbe de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ admet une asymptote en $+\infty$, et étudier celle (éventuelle) de $f : x \mapsto \dfrac{2x - 3x^3}{2x^2 + 4}$ en $+\infty$.

Exercice 3 On pose $f : x \mapsto xe^x$.

1. Déterminer, en les justifiant, les dérivées première et seconde de f.
2. Montrer que f est infiniment dérivable et que : $\forall n \in \mathbb{N},\ f^{(n)} : x \mapsto (x+n)e^x$.

Exercice 4

Donner la formule du binôme :

Donner la factorisation de $a^n - b^n$:

Donner la formule de Pascal :

Exercice 5 Compléter les formules suivantes :

$$\sum_{1 \leq j < i \leq n} a_{i,j} = \sum_{i=\dots}^{\dots} \left(\sum_{j=\dots}^{\dots} a_{i,j} \right) = \sum_{j=\dots}^{\dots} \left(\sum_{i=\dots}^{\dots} a_{i,j} \right)$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \dots \qquad \sum_{k=1}^{n} k^2 = \dots \qquad \sum_{k=1}^{n} k^3 = \dots$$