

Nom : _____

Interrogation 10

Exercice 1 Donner un équivalent en a et les limites des quantités suivantes :

$$1. \ a = 0 : \frac{x \tan(x)}{\cos(x) + \sin(x)}$$

$$2. \ a = 3 : \ln(1 + x) - 2\ln(2)$$

$$3. \ a = 2 : \sqrt{x} - \sqrt{2}$$

$$4. \ a = +\infty : \frac{xe^x + e^x \ln(x) - x^5}{x^2 + x^3 e^x - \sqrt{x}}$$

$$5. \ a = 0^+ : \frac{x \ln(x)}{x^2 + x^3}$$

Exercice 2 Soit E un ensemble non vide et A une partie de E .

1. Donner la définition d'un recouvrement de E . À quelle condition (A, \bar{A}) est un recouvrement de E ?
2. Donner la définition d'une partition de E . À quelle condition (A, \bar{A}) est une partition de E ?

Exercice 3 soit A, B, C trois ensembles. On suppose que $A \cup B = B \cap C$. Montrer que $A \subset B \subset C$.

Exercice 4 Soit $f : E \rightarrow F$ une application, $A \in \mathcal{P}(E)$ et $B \in \mathcal{P}(F)$.

1. Donner les définitions de f injective, surjective, bijective.
2. Dire de $f(A)$ et $f(B)$ l'ensemble qui a un sens, et caractériser simplement le fait que y soit un de ses éléments.
3. Dire de $f^{-1}(A)$ et $f^{-1}(B)$ l'ensemble qui a un sens, et caractériser simplement le fait que x soit un de ses éléments.
4. On considère $f : x \mapsto x^2$. Donner sans justifier les ensembles suivants :
 - (a) $f([0; 1])$
 - (b) $f([-4; 7[)$
 - (c) $f^{-1}([0; 1])$
 - (d) $f^{-1}([-4, 7[)$.