

Nom :

Interrogation 1

Exercice 1 Soit $x \in \mathbb{R}$. On considère l'assertion :

$$(\forall \varepsilon > 0, |x| \leq \varepsilon) \Rightarrow (x = 0).$$

1. Écrire en français cette assertion.
2. Écrire en symboles mathématiques ou en français sa négation.
3. Écrire en symboles mathématiques ou en français sa contraposée.
4. Prouver l'assertion de départ.

Exercice 2 Soit $t \in [0; 1]$. Montrer que :

1. $\forall n \in \mathbb{N}, 1 - nt \leq (1 - t)^n$

2. $\forall n \in \mathbb{N}, (1 - t)^n \leq \frac{1}{1 + nt}$

Indication : on pourra procéder par récurrence

Exercice 3 Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses, et le prouver :

1. $\forall x \in \mathbb{R}, (x + 12 \neq 0 \text{ ou } x + 37 \neq 0)$
2. $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \exists z \in \mathbb{R}, x + y + z = 0$
3. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{R}, x + y + z = 0$
4. $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{R}, x + y + z = 0$

Exercice 4 1. Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que n ou $2n$ n'est pas le carré d'un entier.