

Nom : \_\_\_\_\_

# Interrogation 1

**Exercice 1** Soit  $x \in \mathbb{R}$ . On considère l'assertion :

$$(\forall \varepsilon > 0, |x| \leq \varepsilon) \Rightarrow (x = 0).$$

1. Écrire en français cette assertion.
2. Écrire en symboles mathématiques ou en français sa négation.
3. Écrire en symboles mathématiques ou en français sa contraposée.
4. Prouver l'assertion de départ.

**Exercice 2** Soit  $t \in [0; 1]$ . Montrer que :

$$1. \forall n \in \mathbb{N}, 1 - nt \leq (1 - t)^n$$

$$2. \forall n \in \mathbb{N}, (1 - t)^n \leq \frac{1}{1 + nt}$$

*Indication* : on pourra procéder par récurrence

**Exercice 3** Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses, et le prouver :

1.  $\forall x \in \mathbb{R}, (x + 12 \neq 0 \text{ ou } x + 37 \neq 0)$
2.  $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \exists z \in \mathbb{R}, x + y + z = 0$
3.  $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{R}, x + y + z = 0$
4.  $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{R}, x + y + z = 0$

**Exercice 4** 1. Montrer que  $\sqrt{2}$  est irrationnel.

2. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Montrer que  $n$  ou  $2n$  n'est pas le carré d'un entier.