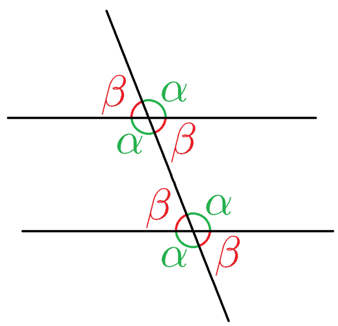
Rappels de géométrie.

I Triangles et cercles

A Les angles

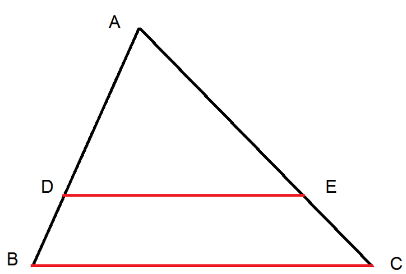
Propriété I.1. *Deux droites parallèles et une droite sécante forment* 8 *angles, qui prennent deux valeurs possibles, que l'on note* α *et* β*, satisfaisant* $\alpha + \beta = 180°$*, et réparties d'après le dessin suivant :*



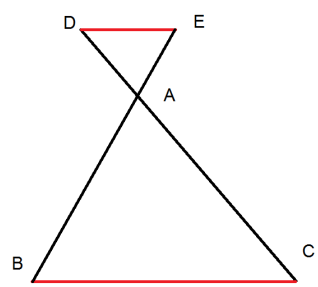
Propriété I.2. *La somme des angles d'un triangle fait* $180°$*.*

Théorème I.3 (Théorème de Thalès)**.** *On considère* ABC *un triangle,* D *et* E *des points appartenant respectivement aux droites* (AB) *et* (AC)*. Si les droites* (DE) *et* (BC) *sont parallèles, alors on a les égalités :*

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$



Configuration classique.



Configuration en papillon.

Théorème I.4 (Réciproque du théorème de Thalès)**.** *On considère* ABC *un triangle,* D *et* E *des points appartenant respectivement aux droites* (AB) *et* (AC)*. tels que* A, B, D *et* A, C, E *soient alignés dans le même ordre. Si les deux rapports* $\frac{AD}{AB}$ *et* $\frac{AE}{AC}$ *sont égaux, alors les droites* (DE) *et* (BC) *sont parallèles, et on a même :*

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$

Remarque I.5. *Avec les mêmes notations, il ne suffit pas d'avoir* $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ *pour obtenir le parallélisme.*

B Les triangles particuliers

Définition I.6. *Deux triangles ABC et DEF sont dits* ***semblables*** *si on a :*

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}.$$

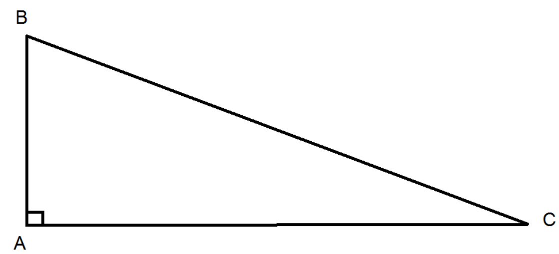
Dans ce cas, on a les égalités :

$$\widehat{BAC} = \widehat{EDF},\ \widehat{ABC} = \widehat{DEF} \text{ et } \widehat{ACB} = \widehat{DFE}.$$

Remarque I.7. *Dans le cas particulier où le rapport précédent vaut 1, on parle de* ***triangles isométriques****.*

Définition I.8. *Le triangle ABC est dit* ***rectangle en*** *A si : $\widehat{BAC} = 90°$.*

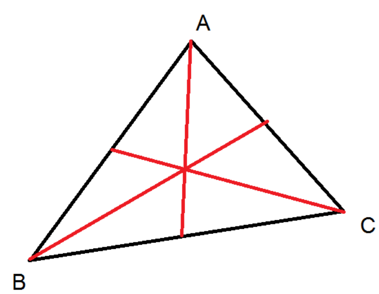
Théorème I.9 (Théorème de Pythagore)**.** *Soit ABC un triangle :*
- *si ABC est rectangle en A, alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$;*
- *réciproquement, si $AB^2 + AC^2 = BC^2$, alors ABC est rectangle en A.*



C Droites et cercles remarquables d'un triangle

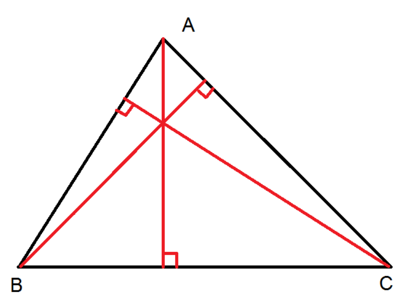
Définition I.10. *Dans le triangle ABC, la droite passant par A et le milieu du segment $[BC]$ est appelée la* ***médiane issue de*** *A.*

Propriété I.11. *Dans un triangle ABC, les médianes issues des trois sommets se coupent en un point, appelé* ***centre de gravité*** *du triangle ABC.*



Définition I.12. *Dans le triangle ABC, la droite passant par A et perpendiculaire à la droite (BC) est appelée la* ***hauteur issue de*** *A.*

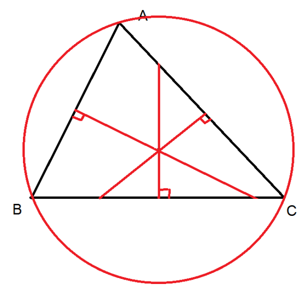
Propriété I.13. *Dans un triangle ABC, les hauteurs issues des trois sommets se coupent en un point, appelé* ***centre de gravité*** *du triangle ABC.*



Définition I.14. *La médiatrice d'un segment $[AB]$ est l'unique droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le milieu du segment $[AB]$.*

Remarque I.15. *L'ensemble des points équidistant à deux points est donné par la médiatrice du segment dont les extrémités sont les deux points considérés.*

Propriété I.16. *Dans un triangle ABC, les médiatrices des trois côtés se coupent en un point, appelé* ***centre du cercle circonscrit*** *du triangle ABC. Il s'agit du centre de l'unique cercle passant par les points A, B et C.*

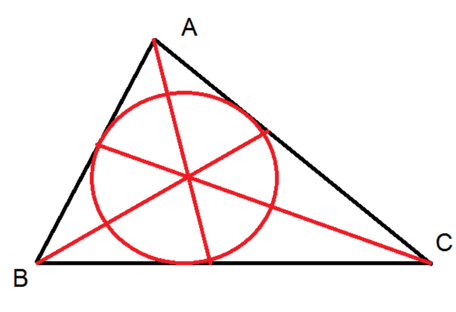


Propriété I.17. *Soit ABC un triangle. Alors :*
- *si ABC est un triangle rectangle en A, alors $[BC]$ est un diamètre de son cercle circonscrit (et donc le centre du cercle circonscrit est le milieu de $[BC]$) ;*
- *réciproquement, si le cercle de diamètre $[BC]$ passe par A, alors ABC est rectangle en A.*

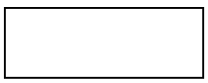
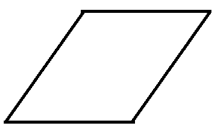
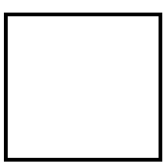
Définition I.18. *La bissectrice d'un angle $\widehat{BAC}$ est l'unique demi-droite qui coupe le secteur angulaire formé par les demi-droites $[AB)$ et $[AC)$ en deux angles égaux.*

Remarque I.19. *L'ensemble des points équidistant à deux demi-droites issues d'un même point est donné par la bissectrice de l'angle formé par ces demi-droites.*

Propriété I.20. *Dans un triangle ABC, les bissectrices des angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CBA}$ se coupent en un point, appelé* ***centre du cercle inscrit*** *du triangle ABC. Il s'agit du centre de l'unique cercle tangent aux segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.*

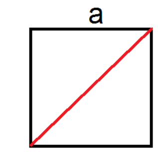
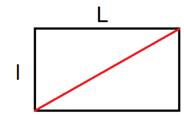
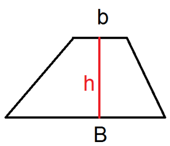
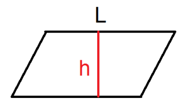
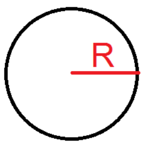
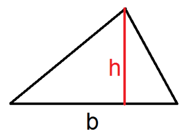
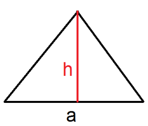
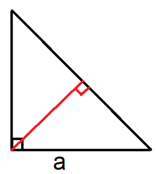
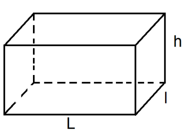
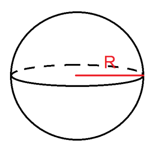
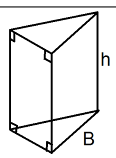
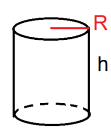
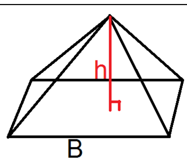
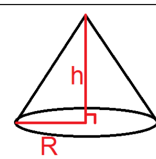


II Quadrilatères particuliers

QUADRILATÈRE	PROPRIÉTÉS	CARACTÉRISATION
Parallélogramme 	– diagonales se coupant en leurs milieux – côtés opposés parallèles – côtés opposés de même longueur – angles opposés égaux	Un quadrilatère avec : – ses diagonales se coupant en leurs milieux – **ou** ses côtés opposés parallèles – **ou** ses côtés opposés de même longueur – **ou** ses angles opposés égaux – **ou** deux côtés opposés parallèles de même longueur
Rectangle 	– diagonales de même longueur se coupant en leurs milieux – côtés opposés parallèles – côtés opposés de même longueur – angles tous droits	Un quadrilatère avec 3 angles droits **ou** un parallélogramme avec : – ses diagonales de même longueur – **ou** un angle droit
Losange 	– diagonales se coupant perpendiculairement en leurs milieux – côtés opposés parallèles – tous les côtés de même longueur – angles opposés égaux	Un quadrilatère avec ses 4 côtés égaux **ou** un parallélogramme avec : – ses diagonales perpendiculaires – **ou** deux côtés consécutifs égaux
Carré 	– diagonales de même longueur se coupant perpendiculairement en leurs milieux – côtés opposés parallèles – tous les côtés de même longueur – angles tous droits	Un quadrilatère qui est à la fois un losange et un rectangle **ou** un parallélogramme avec : – ses diagonales perpendiculaires et de même longueur – **ou** deux côtés consécutifs égaux et un angle droit **ou** un losange avec : – ses diagonales de même longueur – **ou** un angle droit **ou** un rectangle avec : – ses diagonales perpendiculaires – **ou** deux côtés consécutifs égaux

Exercices : 19-25 p.122-123 ; 43-46 p.124

III Longueurs, aires et volumes usuels

	Carré de côté a : – Périmètre $= 4a$ – Aire $= a^2$ – Diagonale $= a\sqrt{2}$		Rectangle de côtés l et L : – Périmètre $= 2(L + l)$ – Aire $= L \times l$ – Diagonale $= \sqrt{L^2 + l^2}$
	Trapèze de bases b et B : Aire $= \frac{(\text{base+BASE})\times\text{hauteur}}{2}$ $= \frac{(b+B)\times h}{2}$		Parallélogramme de longueur L et hauteur h : Aire $=$ longueur $\times$ hauteur $= L \times h$
	Cercle/Disque de rayon R : – Périmètre $= 2\pi R$ – Aire $= \pi R^2$		Triangle de base b et hauteur h : Aire $= \frac{\text{base}\times\text{hauteur}}{2}$ $= \frac{b\times h}{2}$
	Triangle équilatéral de côté a : – Périmètre $= 3a$ – Hauteur $= \frac{a\sqrt{3}}{2}$ – Aire $= \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$		Triangle isocèle rectangle de côté a : – Hypoténuse $= a\sqrt{2}$ – Hauteur $= \frac{a\sqrt{2}}{2}$ – Aire $= \frac{a^2}{2}$
	Parallélépipède rectangle de côtés l, L et h : Volume $= l \times L \times h$		Sphère de rayon R : – Surface $= 4\pi R^2$ – Volume $= \frac{4}{3}\pi R^3$
	Prisme droit de base d'aire B et hauteur h : Volume $= B \times h$		Cylindre de révolution de rayon R et hauteur h : Volume $= \pi R^2 \times h$
	Pyramide de base d'aire B et hauteur h : Volume $= \frac{B\times h}{3}$		Cône de révolution de rayon R et hauteur h : Volume $= \frac{\pi R^2\times h}{3}$

Exercices : 26-27 p.123 ; 47-50 p.125