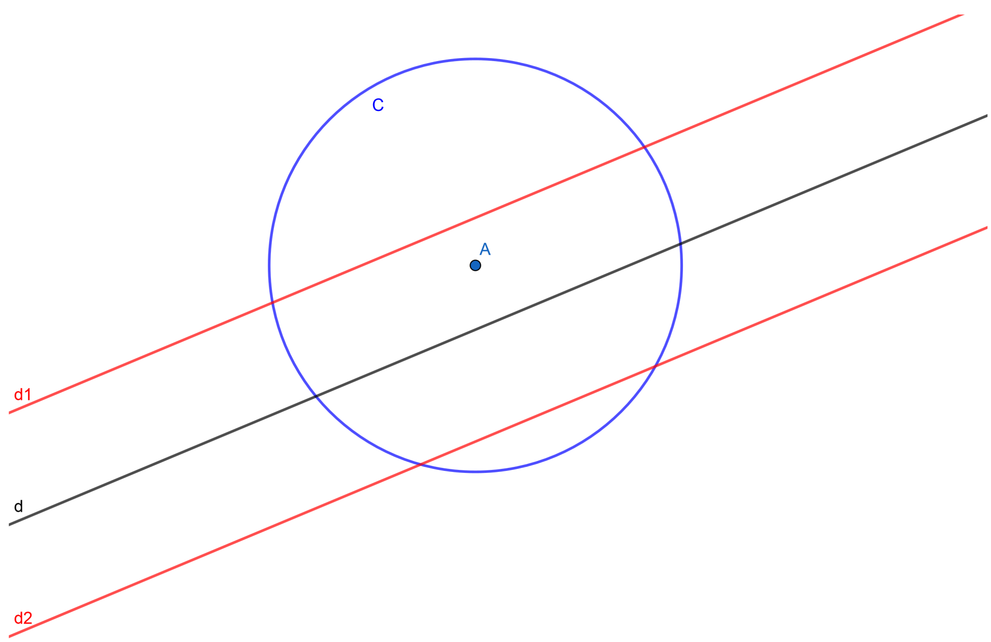
# Corrigé exercices géométrie

## Exercice 30 p.123

On sait déjà calculer, à l'aide du projeté orthogonal, la distance d'un point à une droite. L'idée de l'exercice est de raisonner à l'envers : on fixe une droite $d$ et une distance (ici une distance de 2cm) et on veut trouver les points qui réalisent cette distance.

Une figure a été réalisée sur Geogebra, disponible à l'adresse `https://www.geogebra.org/calculator/njzbwhyc`. On peut y modifier la position du point $A$ et la droite $d$, et les autres tracés sont modifiés automatiquement. Pour la droite $d$, elle est tracée à l'aide des points $B_1$ et $B_2$ (qu'il faut donc déplacer pour modifier la droite).




1. À faire soi-même.
2. Les points à distance 2cm de la droite $d$ forment deux droites, que l'on note $d_1$ et $d_2$, tracées en rouge sur le fichier Geogebra : ce sont les deux droites parallèles à $d$, situées de part et d'autre de $d$, dont un point est à 2cm de $d$.

   Pour le montrer (ce qui n'est pas demandé ici), on peut voir que tous les points de $d_1$ sont à égale distance de la droite $d$. En effet, si $C, D$ sont sur $d_1$, et que l'on note

$E, F$ leurs projetés orthogonaux sur la droite $d$, alors le quadrilatère $CDFE$ a quatre angles droits : c'est donc un rectangle. Donc ses côtés opposés, par exemple $[CE]$ et $[DF]$, ont même longueur. Mais la distance de $C$ à $d$ est la longueur de $[CE]$, et la distance de $D$ à $d$ est la longueur de $[DF]$, donc $C$ et $D$ sont bien à même distance de $d$. Le même raisonnement s'applique pour $d_2$.

3. Les points à distance 4cm du point $A$ forment le cercle de centre $A$ et de rayon 4cm, fait en bleu sur le. Les points qui sont à la fois à 2cm de $d$ et à 4cm de $A$ forment l'intersection entre les droites rouges et le cercle bleu.
4. La distance de $A$ à $d$ s'affiche sous la forme $Ad = \ldots$ sur le fichier Geogebra. En faisant varier $A$ ou $d$, on voit que le nombre de solutions à la question 3 est donné par le tableau suivant :

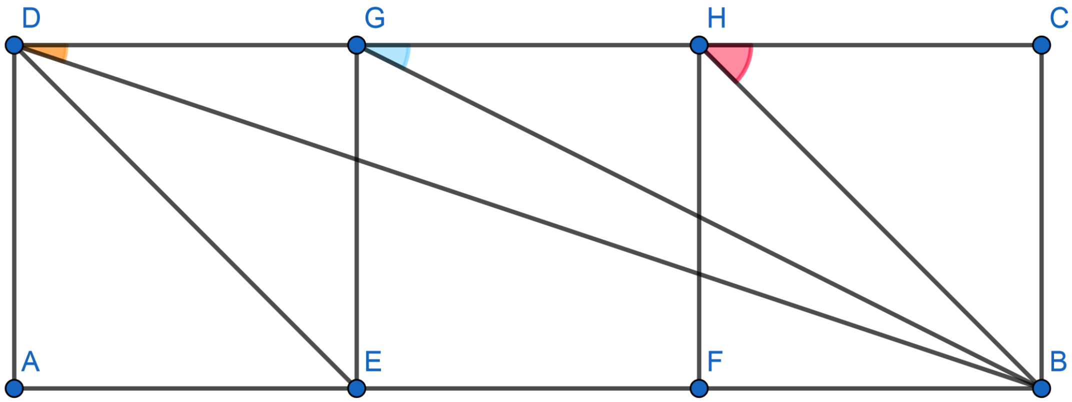
| $Ad$ (en cm) | nombre de solutions |
|---|---|
| $0 \leq Ad < 2$ | 4 |
| $Ad = 2$ | 3 |
| $2 < Ad < 6$ | 2 |
| $Ad = 6$ | 1 |
| $6 < Ad$ | 0 |

# Exercice 46 p.124

L'idée de cet exercice est d'utiliser les triangles semblables pour calculer des angles. Pour rappel, les triangles semblables sont des triangles qui ont la même forme. Ceci se caractérisent de deux manières :

- les angles sont égaux ;
- les longueurs pour passer d'un triangle à l'autre sont multipliées par un même nombre.

Selon la situation, on pourra soit montrer grâce aux angles que deux triangles sont semblables et en déduire un résultat sur les longueurs, soit l'inverse. L'exercice présent propose d'adopter cette deuxième démarche : à l'aide de longueur (qu'on peut calculer), on déduit un résultat sur des angles.




1. Le triangle $ADE$ est rectangle en $A$. Par le théorème de Pythagore, on a :
$$DE^2 = AD^2 + AE^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$
et donc $DE = \sqrt{2}$.
De même, on trouve : $DB = \sqrt{10}$, $GB = \sqrt{5}$, $BH = \sqrt{2}$.
On a ainsi :
$$\frac{ED}{HG} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$
$$\frac{DB}{GB} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2}$$
$$\frac{BE}{BH} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}^2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$
et donc : $\dfrac{ED}{HG} = \dfrac{DB}{GB} = \dfrac{BE}{BH}$.
2. On en déduit que les triangles $EDB$ et $HGB$ sont semblables, car on passe de $EDB$ à $HGB$ en multipliant les longueurs par $\sqrt{2}$.
3. On en déduit que les angles des triangles $EDB$ et $HGB$ sont égaux. On a donc : $\widehat{EDB} = \widehat{BGC}$. On a ainsi :
$$\widehat{BDC} + \widehat{BGC} = \widehat{BDC} + \widehat{EDB} = \widehat{EDC} = \widehat{EDG}$$
mais les triangles $EDG$ et $BHC$ ont les mêmes longueurs, donc ils sont égaux. Et ainsi : $\widehat{EDG} = \widehat{BHC}$. Finalement, on obtient l'égalité voulue : $\widehat{BDC} + \widehat{BGC} = \widehat{BHC}$.
Au passage, on pouvait être plus précis que l'énoncé, en reconnaissant que le triangle $BHC$ est isocèle rectangle en $C$, sont ses angles à la base valent $45°$. On a ainsi : $\widehat{BDC} + \widehat{BGC} = \widehat{BHC} = 45°$