

DM 6

Exercice 1.

On considère $ABCD$ un rectangle. On construit les points E, F, G tels que :

- E est le milieu de $[CD]$;
- F est le point de $[AB]$ tel que $AF = 2BF$;
- G est le point de $[AD]$ tel que $AG = 4AD$.

1. Faire une figure.
2. Compléter les égalités suivantes (en justifiant par les directions, sens et normes des vecteurs considérés) :
 - $\overrightarrow{AF} = \dots \overrightarrow{AB}$
 - $\overrightarrow{DE} = \dots \overrightarrow{DC}$
 - $\overrightarrow{GD} = \dots \overrightarrow{GA}$
3. Justifier que : $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DE}$.
4. En utilisant les deux questions précédentes, montrer que $\overrightarrow{GE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{GF}$.
5. En déduire que les points E, F, G sont alignés.

Exercice 2.

On considère $ABCD$ un rectangle. On construit les points E, F, G, H tels que :

- E est le milieu de $[AB]$;
- F est le milieu de $[CD]$;
- G est l'intersection de (AC) et (DE) ;
- H est le milieu de $[GC]$.

1. Faire une figure.
2. Justifier que $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CH}$ et $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CG}$.
3. Justifier que $\overrightarrow{FC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ et que $\overrightarrow{CH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CG}$. En déduire que $\overrightarrow{FH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DG}$.
4. Justifier qu'il existe un réel λ (qu'on ne cherchera pas à calculer) tel que : $\overrightarrow{DG} = \lambda \times \overrightarrow{DE}$.
5. Montrer que $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{FB}$.
6. En déduire que les points F, H, B sont alignés.