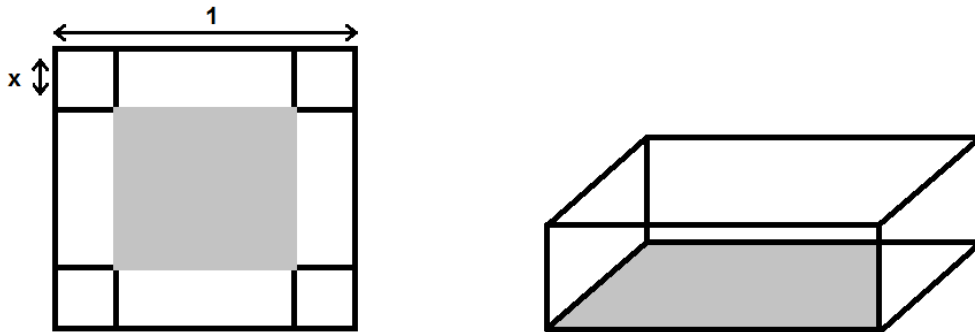


DM 5

Exercice 1.

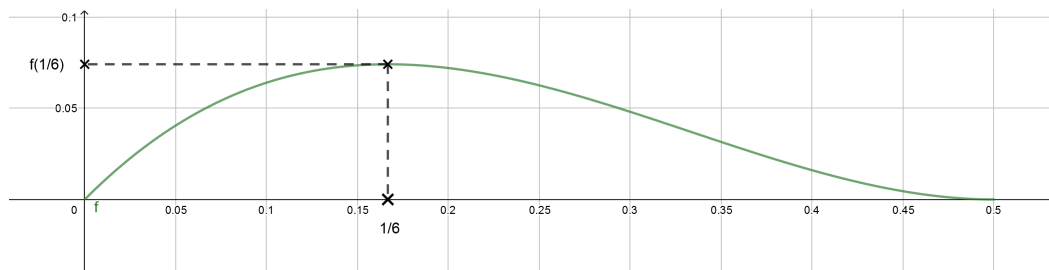
On considère un carton carré d'un mètre de côté. On y découpe les coins, en y prélevant des carrés de taille $x \times x$, comme sur la figure ci-dessous. L'objectif est ensuite de former une boîte, en repliant les bords. On donne ci-dessous un dessin pour expliquer le découpage du carton, ainsi que la boîte que l'on forme avec (les carrés en gris se correspondant sur les deux figures).



1. Exprimez les dimensions de la boîte obtenue en fonction de x .
2. On note f la fonction qui associe à x le volume $f(x)$ de la boîte obtenue. Donner l'ensemble de définition de f .
3. À l'aide de la première question, montrer que f est donnée par l'expression :

$$f(x) = 4x^3 - 4x^2 + x$$

4. On donne ci-dessous la représentation graphique de f :



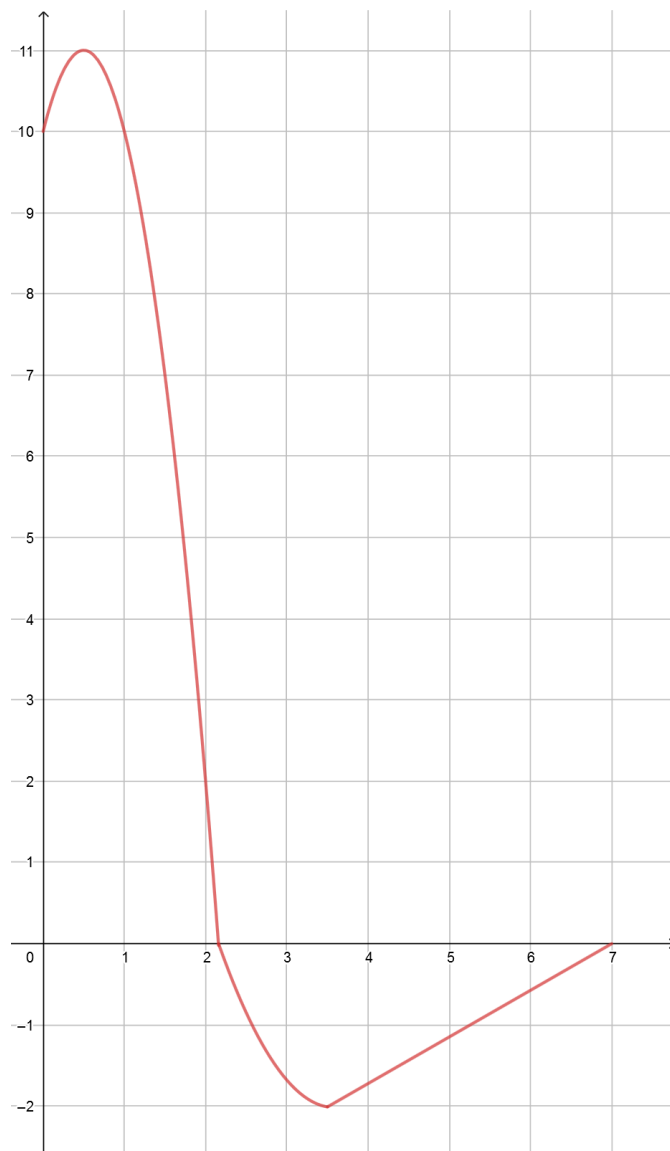
- (a) Calculer les images de 0, $1/6$ et 0.5 par f .
 - (b) En déduire le tableau de variations de f .
5. On souhaite que la boîte obtenue ait un volume supérieur ou égal à 0.05. Pour quelles valeurs de x cette condition est-elle réalisée? (on se contentera de résultats approchés, obtenus par résolution graphique)

On donne ci-dessous un fichier Geogebra donnant la figure découpée, la boîte, ainsi que la valeur du volume de la boîte en fonction du choix de x . <https://www.geogebra.org/classic/dyhssycf>

Exercice 2.

Par un beau weekend ensoleillé, monsieur Dupont décide d'aller à la plage. Apercevant au loin un plongeur, il a bien envie d'aller faire un plongeon dans la mer.

Le plongeur est à 10 mètres de haut. Après quelques secondes d'hésitations, monsieur Dupont saute, plonge sous l'eau, pour puis remonte à la surface, avant de regagner le bord de la plage. On note g la fonction qui associe au temps t écoulé à partir du moment où il saute. On donne ce-dessous la représentation graphique de g .



Le problème est que monsieur Dupont a été très malade récemment : il récupère tout juste d'une sinusite, et il ne faut pas qu'il ait de l'eau dans son nez. Pour cela, il décide de prendre une grande inspiration pendant qu'il s'élève dans les airs, et de souffler par le nez quand il est sous l'eau.

En tant qu'ancien saxophoniste, monsieur Dupont peut compter sur des capacités pulmonaires excellentes : il arrive à inspirer avec la bouche 12 fois plus vite qu'il souffle par le nez ! Mais cela lui sera-t-il suffisant ?

On répondra à la question en utilisant la représentation graphique de g . On pourra d'abord chercher à déterminer graphiquement la durée d'inspiration de monsieur Dupont, ainsi que le temps qu'il passe sous l'eau (qu'on décrira en terme de propriétés de g).