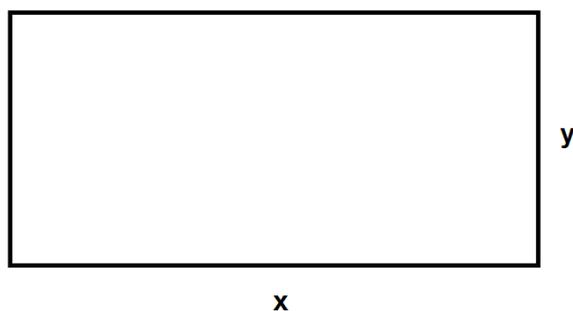


DM 4

Exercice 1.

On considère une corde de longueur 16cm . On la dispose au sol sous forme d'un rectangle, de largeur x et de longueur y , avec $x \geq y$, comme sur la figure suivante :

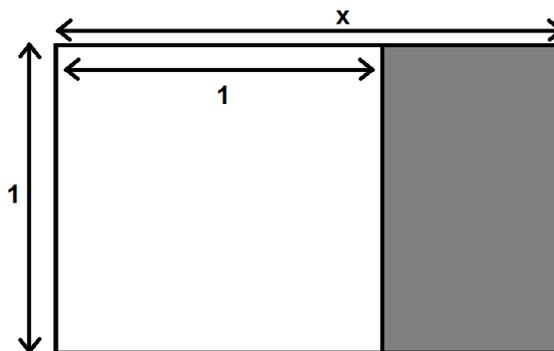


1. Exprimer le périmètre du rectangle en fonction de x et de y . En déduire que : $y = 8 - x$.
2. On souhaite que le rectangle formé soit d'aire 12cm^2 . Montrer que x vérifie l'équation : $x^2 - 8x + 12 = 0$.
3. Montrer que $(x - 2)(x - 6) = x^2 - 8x + 12$.
4. En déduire que $x = 2$ ou $x = 6$.
5. En étudiant à chaque fois la valeur de y correspondante, en déduire la valeur de x .

Exercice 2.

L'objectif ici est de déterminer la valeur exacte du nombre d'or, que l'on note x . Pour cela, on part de la définition géométrique suivante :

- on considère un rectangle de côtés 1 et x , où $x > 1$;
- on découpe (comme sur la figure suivante) un carré de côté 1 ;
- on obtient un rectangle, qui est semblable au rectangle de départ (dans le sens où les rapports des grands côtés sur les petits sont les mêmes).



1. Exprimer en fonction de x les longueurs des côtés du petit rectangle (en gris sur la figure précédente). En déduire que x vérifie :

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}.$$

2. En déduire que x vérifie : $x^2 - x - 1 = 0$ et $x \neq 1$.
3. En développant le membre de gauche de l'égalité ci-dessous, montrer que :

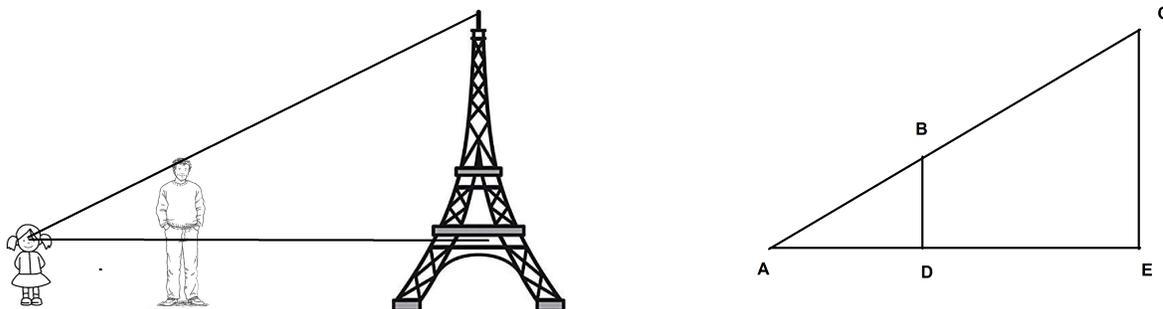
$$\left(x - \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \times \left(x - \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right) = x^2 - x - 1.$$

4. Montrer que $1 - \sqrt{5} < 0$, et en déduire que $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.
5. Vérifier que l'on a bien $x > 1$ (et donc $x \neq 1$).

Exercice 3.

Monsieur Dupont se promène dans Paris avec sa fille aînée (dont on rappelle qu'elle est rousse, mais surtout qu'elle a 9 ans). Alors qu'ils se promènent l'un à côté de l'autre en gardant une distance sanitaire réglementaire d'un mètre, sa fille s'exclame : "Papa, tu es aussi grand que la tour Eiffel!". Ce à quoi son père répond, après un petit temps de réflexion : "Si tu veux, on peut aller la voir, elle n'est pas si loin."

On représente la situation sur le dessin ci-dessous :



Dans le schéma de droite, les points A, B, C correspondent respectivement aux yeux de la fille de monsieur Dupont, au sommet du crâne de monsieur Dupont, au sommet de la tour Eiffel. Les points A, D, E sont à $1.23m$ du sol, et les points D et E sont verticalement alignés avec les points B et C respectivement.

Sachant que monsieur Dupont mesure $1.78m$, et que la tour Eiffel mesure $324.23m$, à quelle distance monsieur Dupont et sa fille se trouvent-ils de la tour Eiffel ?

On commencera par appeler x cette distance, puis on montrera que x est solution de l'équation : $\frac{1}{1+x} = \frac{0.55}{323}$. Et enfin on cherchera à résoudre cette équation.